Экстремальная геометрия

группа 10-2 24.04.17

- 1. Через произвольную точку плоскости, не лежащую на окружности проведите такую прямую, что сумма отрезков секущих была (а) максимальна, (b) минимальна.
- **2.** На отрезке AB выбрана произвольная точка P. На отрезках AP и PB в одну стороны построены правильные треугольники AXP и BYP. При каких точках P отрезок XY минимален?
- **3.** На дуге AB окружности найдите точку C такую, что сумма AC + BC максимальна.
- **4.** Внутри угла A взята точка X. Найдите точки B и C на сторонах угла такие, что AB = AC и сумма BX + CX минимальна.
- **5.** Для четырех различных точек A,B,C и D на плоскости найдите такую точку X, что сумма AX + BX + CX + DX минимальна.
- **6.** Внутри острого угла BAC дана точка P. Постройте на сторонах BA и AC точки X и Y так, чтобы периметр треугольника XYP был минимальным.
- 7. Из точки X описанной окружности треугольника ABC опущены перпендикуляры MP и MQ на прямые AB и AC. При каком положении точки X длина отрезка PQ максимальна?
- 8. Дана прямая ℓ и точки A,B лежащие по одну сторону от этой прямой. Постройте на прямой ℓ такую точку X, что $AX^2 + BX^2$ минимальна.
- **9.** Дан треугольник ABC. Найдите на прямой AB точку X, для которой сумма радиусов описанных окружностей треугольников ACX и BCX была бы наименьшей.
- **10.** Точки A_1, B_1 и C_1 взяты на сторонах BC, CA и AB треугольника ABC, причём отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке X. При каком положении точки M величина $\frac{XA_1}{AA_1} \cdot \frac{XB_1}{BB_1} \cdot \frac{XC_1}{CC_1}$. максимальна?

Экстремальная геометрия

группа 10-2 24.04.17

- 1. Через произвольную точку плоскости, не лежащую на окружности проведите такую прямую, что сумма отрезков секущих была (а) максимальна, (b) минимальна.
- **2.** На отрезке AB выбрана произвольная точка P. На отрезках AP и PB в одну стороны построены правильные треугольники AXP и BYP. При каких точках P отрезок XY минимален?
- **3.** На дуге AB окружности найдите точку C такую, что сумма AC + BC максимальна.
- **4.** Внутри угла A взята точка X. Найдите точки B и C на сторонах угла такие, что AB = AC и сумма BX + CX минимальна.
- **5.** Для четырех различных точек A, B, C и D на плоскости найдите такую точку X, что сумма AX + BX + CX + DX минимальна.
- **6.** Внутри острого угла BAC дана точка P. Постройте на сторонах BA и AC точки X и Y так, чтобы периметр треугольника XYP был минимальным.
- 7. Из точки X описанной окружности треугольника ABC опущены перпендикуляры MP и MQ на прямые AB и AC. При каком положении точки X длина отрезка PQ максимальна?
- **8.** Дана прямая ℓ и точки A,B лежащие по одну сторону от этой прямой. Постройте на прямой ℓ такую точку X, что $AX^2 + BX^2$ минимальна.
- **9.** Дан треугольник ABC. Найдите на прямой AB точку X, для которой сумма радиусов описанных окружностей треугольников ACX и BCX была бы наименьшей.
- **10.** Точки A_1, B_1 и C_1 взяты на сторонах BC, CA и AB треугольника ABC, причём отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке X. При каком положении точки M величина $\frac{XA_1}{AA_1} \cdot \frac{XB_1}{BB_1} \cdot \frac{XC_1}{CC_1}$. максимальна?