

Еще немного про коники

группа 10-2

27.03.17

- (а) Рассмотрим обычный круговой цилиндр. Докажите, что плоскость, не параллельная образующим цилиндра, пересекает его по эллипсу.

(б) Теперь рассмотрим обычный круговой конус. Докажите, что плоскость, не проходящая через вершину конуса, пересекает его по эллипсу, гиперболе или параболе. (Поэтому эти кривые и называются *кониками*.)
 - Найти ГМТ середин хорд эллипса, параллельных данному направлению.
 - Рассмотрим прямую l и не лежащую на ней точку F . Посмотрим на геометрическое место таких точек X , что отношение расстояний до F и до l равно k . Докажите, что при $k > 1$ получится гипербола, при $k < 1$ – эллипс, а при $k = 1$ – парабола.
-

Разные задачи, в том числе и с прошлого раза

- Найдите ГМТ точек, из которых эллипс виден под прямым углом.
- Пусть точка X движется по параболе, *нормаль*¹ к параболе в точке X пересекает ее ось в точке Y , а Z – проекция точки X на ось. Докажите, что длина отрезка ZY не меняется.
- Пусть вокруг параболы описан треугольник ABC . Оказывается, что
 - фокус этой параболы лежит на описанной окружности треугольника ABC .
 - ортоцентр треугольника ABC лежит на директрисе параболы.
- Докажите, что существует парабола, касающаяся всех четырех прямых, находящихся в общем положении.
- В выпуклый четырехугольник вписан эллипс, фокусы которого лежат на диагоналях (разных) четырехугольника. Докажите, что произведения противоположных сторон равны.
- По двум прямым дорогам с постоянными скоростями идут два пешехода. Докажите, что соединяющая их прямая все время касается некоторой параболы (дороги не параллельны, и через точку пересечения дорог пешеходы проходят не одновременно).

¹нормаль – это перпендикуляр к касательной, восстановленный в точке касания