

Разной по геометрии

группа 10-2

09.03.17

1. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ выбраны точки X и Z соответственно. Отрезки CX и BZ пересекаются в точке Y . Оказалось, что пятиугольник $AXYZD$ — вписанный. Докажите, что $AY = DY$.
2. На стороне CD параллелограмма $ABCD$ выбраны точки E_1 и E_2 так, что $AB = BE_1 = BE_2$. На луче AE_1 выбрана точка F_1 так, что $BE_1 \parallel CF_1$, а на луче AE_2 выбрана точка F_2 так, что $BE_2 \parallel CF_2$. Докажите, что $DF_1 = DF_2$.
3. Дан треугольник ABC . Обозначим через M середину стороны AC , а через P — середину отрезка CM . Описанная окружность треугольника ABP пересекает сторону BC во внутренней точке Q . Докажите, что $\angle ABM = \angle MQP$.
4. В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла DAB и $\angle ADC = \angle ACB$. Пусть X и Y — основания перпендикуляров, опущенных из точки A на отрезки BC и CD соответственно. Докажите, что точка пересечения высот треугольника AXY лежит на BD .
5. Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M . На прямой, проходящей через точку A параллельно BC , выбрана точка D так, что $\angle CMD = 90^\circ$. Площадь четырёхугольника $AMCD$ равна S . Докажите, что $AB \cdot CD \geq 2S$.