# Комбинаторика

*группа 10-2*

*26.01.17*

**1.** Можно ли пронумеровать числами от 1 до 8 вершины куба так, чтобы сумма чисел на каждом ребре была различной?

**2.** Тридцать девочек – 13 в красных платьях и 17 в синих – водили хоровод вокруг новогодней ёлки. Впоследствии каждую из них спросили, была ли её соседка справа в синем платье. Оказалось, что правильно ответили те и только те девочки, которые стояли между девочками в платьях одного цвета. Сколько девочек могли ответить утвердительно?

**3.** За круглым столом сидят 2017 человек. Раз в минуту любые двое, являющиеся друзьями, могут поменяться местами. Оказалось, что, потратив некоторое время, люди за столом могут сесть в произвольном порядке. Какое минимальное количество пар друзей среди этих 2017 человек?

**4.** В каждой из 2017 стран правит либо партия правых, либо партия левых. Каждый год в одной из стран может поменяться власть. Это может произойти в том случае, если в большинстве граничащих с данной страной стран правит не та партия, которая правит в данной стране. Докажите, что смены правительств не могут продолжаться бесконечно.

**5.** Несколько ребят стоят по кругу. У каждого есть некоторое количество конфет. Сначала у каждого чётное количество конфет. По команде каждый передает половину своих конфет стоящему справа. Если после этого у кого-нибудь оказалось нечётное количество конфет, то ему извне добавляется одна конфета. Это повторяется много раз. Доказать, что настанет время, когда у всех будет поровну конфет.

**6.** Можно ли разбить клетчатую доску $12\times 12$ на уголки из трёх клеток так, что каждый горизонтальный и каждый вертикальный ряд клеток доски пересекало одно и то же количество уголков?

**7.** Дан квадрат $n\times n$. Изначально его клетки раскрашены в белый и чёрный цвета в шахматном порядке, причём хотя бы одна из угловых клеток чёрная. За один ход разрешается в некотором квадрате $2\times 2$ одновременно перекрасить входящие в него четыре клетки по следующему правилу: каждую белую перекрасить в чёрный цвет, каждую чёрную — в зелёный, а каждую зелёную — в белый. При каких $n$ за несколько ходов можно получить шахматную раскраску, в которой чёрный и белый цвета поменялись местами?