

Графская техника

группа 10-2

23.01.17

1. В классе учатся 30 человек. Причем каждый дружит хотя бы с 15 другими. Докажите, что среди них можно выбрать четверых и посадить их за круглый стол так, что каждый сидит рядом со своими друзьями.
2. В один из дней года оказалось, что каждый житель города сделал не более одного звонка по телефону. Докажите, что население города можно разбить не более, чем на три группы так, чтобы жители, входящие в одну группу, не разговаривали в этот день между собой по телефону.
3. На предприятии трудятся 50000 человек. Для каждого из них сумма количества его непосредственных начальников и его непосредственных подчиненных равна 7. В понедельник каждый работник предприятия издает приказ и выдает копию этого приказа каждому своему непосредственному подчиненному (если такие есть). Далее, каждый день работник берет все полученные им в предыдущий день приказы и либо раздает их копии всем своим непосредственным подчиненным, либо, если таковых у него нет, выполняет приказы сам. Оказалось, что в пятницу никакие бумаги по учреждению не передаются. Докажите, что на предприятии не менее 97 начальников, над которыми нет начальников.
4. На вечеринке компанию из 20 человек требуется усадить за 4 стола. Рассадка называется *удачной*, если любые два человека, оказавшиеся за одним столом, являются друзьями. Выяснилось, что удачные рассадки существуют, причем при любой удачной рассадке за каждым столом сидят ровно по 5 человек. Каково наибольшее возможное количество пар друзей в этой компании?
5. В городе Цветочном 1000 площадей и 2017 улиц. Каждая улица соединяет две площади и не проходит через другие площади. По существующей в городе традиции улица может называться либо Синей, либо Красной. Ежегодно в городе происходит переименование: выбирается площадь и переименовываются все выходящие из нее улицы. Докажите, что можно назвать улицы так, что переименованиями нельзя добиться одинаковых названий у всех улиц города.
6. В стране 1993 города, и из каждого выходит не менее 93 дорог. Известно, что из каждого города можно проехать по дорогам в любой другой. Докажите, что это можно сделать не более, чем с 62 пересадками. (Дорога соединяет между собой два города.)