

Геометрия

группа 10-2

12.01.2017

1. В каждой вершине куба сидело по мухе. Потом все мухи разом взлетели и сели по одной в каждую вершину в каком-то другом порядке. Докажите, что найдутся три мухи, которые в начальном и конечном положении сидели в вершинах равных треугольников.
2. В треугольнике ABC AA_1 и BB_1 — высоты. На стороне AB выбраны точки M и K так, что $B_1K \parallel BC$ и $MA_1 \parallel AC$. Докажите, что $\angle AA_1K = \angle BB_1M$.
3. В четырёхугольнике $ABCD$ углы B и D прямые. Точки K и M — проекции вершин A и C соответственно на прямую BD . Через точку K проведена прямая, параллельная BC и пересекающая AC в точке P . Докажите, что угол KPM — прямой.
4. Окружность пересекает каждую сторону ромба в двух точках и делит её на три отрезка. Обойдём контур ромба, начав с какой-нибудь вершины, по часовой стрелке, и покрасим три отрезка каждой стороны последовательно в красный, белый и синий цвета. Докажите, что сумма длин красных отрезков равна сумме длин синих.
5. Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке P . Пусть K, L, M, N — середины соответственно сторон AB, BC, CD, AD . Докажите, что радиусы описанных окружностей треугольников PKL, PLM, PMN и PNK равны.
6. На сторонах четырёхугольника $ABCD$ с перпендикулярными диагоналями во внешнюю сторону построены подобные треугольники ABM, CBP, CDL и ADK (соседние ориентированы по-разному). Докажите, что $PK = ML$.