

Неравенства

группа 10-2

15.12.16

1. Для положительных a, b, c докажите неравенство:
 $a^5 + b^5 + c^5 \geq \frac{1}{2} (a^3b^2 + a^2b^3 + b^3c^2 + b^2c^3 + c^3a^2 + c^2a^3).$

2. Для положительных a, b, c, d докажите неравенство:

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4}} \geq \sqrt[3]{\frac{abc + bcd + cda + dab}{4}}.$$

3. Для положительных a, b, c докажите, что

$$1 - 2\sqrt{abc(a+b+c)} + (a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \geq 0.$$

Когда достигается равенство?

4. Положительные a, b, c таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Докажите:

$$a + b + c \geq ab + bc + ca.$$

5. Для положительных a, b, c выполнено неравенство $3/abc \geq a + b + c$. Докажите, что тогда выполнено и неравенство

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a + b + c.$$

6. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $2(a + b + c + d) \geq abcd$. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq abcd$.

Неравенства

группа 10-2

15.12.16

1. Для положительных a, b, c докажите неравенство:
 $a^5 + b^5 + c^5 \geq \frac{1}{2} (a^3b^2 + a^2b^3 + b^3c^2 + b^2c^3 + c^3a^2 + c^2a^3).$

2. Для положительных a, b, c, d докажите неравенство:

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}{4}} \geq \sqrt[3]{\frac{abc + bcd + cda + dab}{4}}.$$

3. Для положительных a, b, c докажите, что

$$1 - 2\sqrt{abc(a+b+c)} + (a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \geq 0.$$

Когда достигается равенство?

4. Положительные a, b, c таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Докажите:

$$a + b + c \geq ab + bc + ca.$$

5. Для положительных a, b, c выполнено неравенство $3/abc \geq a + b + c$. Докажите, что тогда выполнено и неравенство

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq a + b + c.$$

6. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $2(a + b + c + d) \geq abcd$. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq abcd$.