Многочлены в сельском хозяйстве

группа 10-2

19.12.16

1. Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2+px+q$, для которых $p+q = 2016$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.

2. Про многочлен $f(x) = x^{10} + a_9x^9 + \dots + a_0$ известно, что $f(1) = f(-1), \dots, f(5) = f(-5)$. Докажите, что $f(x) = f(-x)$ для любого действительного x.

3. Известно, что $a^5 - a^3 + a = 2$. Докажите, что $a^6 > 3$.

4. Даны два различных приведённых кубических многочлена $F(x)$ и $G(x)$. Выписали все корни уравнений $F(x) = 0$, $G(x) = 0$, $F(x) = G(x)$. Оказалось, что выписаны 8 различных чисел. Докажите, что наибольшее и наименьшее из них не могут одновременно являться корнями многочлена $F(x)$.

5. У многочленов $P(x)$ и $Q(x)$ — один и тот же набор целых коэффициентов (их порядок — различен). Докажите, что разность $P(2017) - Q(2017)$ кратна 56.

6. Пусть известно, что все корни некоторого уравнения $x^3+px^2+qx+r = 0$ положительны. Какому дополнительному условию должны удовлетворять его коэффициенты p, q и r для того, чтобы из отрезков, длины которых равны этим корням, можно было составить треугольник?

Многочлены в сельском хозяйстве

группа 10-2

19.12.16

1. Рассматриваются квадратичные функции $y = x^2+px+q$, для которых $p+q = 2016$. Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.

2. Про многочлен $f(x) = x^{10} + a_9x^9 + \dots + a_0$ известно, что $f(1) = f(-1), \dots, f(5) = f(-5)$. Докажите, что $f(x) = f(-x)$ для любого действительного x.

3. Известно, что $a^5 - a^3 + a = 2$. Докажите, что $a^6 > 3$.

4. Даны два различных приведённых кубических многочлена $F(x)$ и $G(x)$. Выписали все корни уравнений $F(x) = 0$, $G(x) = 0$, $F(x) = G(x)$. Оказалось, что выписаны 8 различных чисел. Докажите, что наибольшее и наименьшее из них не могут одновременно являться корнями многочлена $F(x)$.

5. У многочленов $P(x)$ и $Q(x)$ — один и тот же набор целых коэффициентов (их порядок — различен). Докажите, что разность $P(2017) - Q(2017)$ кратна 56.

6. Пусть известно, что все корни некоторого уравнения $x^3+px^2+qx+r = 0$ положительны. Какому дополнительному условию должны удовлетворять его коэффициенты p, q и r для того, чтобы из отрезков, длины которых равны этим корням, можно было составить треугольник?