## Угадай тему

группа 10-2 12.12.16

- **1.** На стороне BC треугольника ABC выбрана точка D. Кроме этого  $\angle BAC: \angle ADC: \angle BCA=3:2:1$ . При этом BC=19, AB=13. Найдите AD.
- **2.** Внутри острого угла BAC взяты точки M и N, причём  $\angle BAN = \angle CAM$ . На луче AB отмечена точка Q так, что  $\angle NQA = \angle MQB$ , а на луче AC точка P так, что  $\angle NPA = \angle MPC$ . Докажите, что длины ломаных MPN и MQN равны.
- 3. Бильярд имеет форму прямоугольного треугольника, один из острых углов которого равен 30°. Из этого угла по медиане противоположной стороны выпущен шар (материальная точка). Доказать, что после восьми отражений (угол падения равен углу отражения) он попадёт в лузу, находящуюся в вершине угла 60°.
- **4.** Пусть I центр вписанной окружности треугольника ABC;  $C_1, A_1, B_1$  точки касания вписанной окружности со сторонами AB, BC, CA соответственно. Прямые  $AI, CI, B_1I$  пересекают прямую  $A_1C_1$  в точках X, Y, Z соответственно. Докажите, что  $\angle YB_1Z = \angle XB_1Z$ .
- **5.** Пусть  $AH_a$  и  $BH_b$  высоты треугольника ABC, P и Q проекции точки  $H_a$  на стороны AB и AC. Докажите, что прямая PQ делит отрезок  $H_aH_b$  пополам.
- 6. В неравнобедренном остроугольном треугольнике ABC точки  $C_0$  и  $B_0$  середины сторон AB и AC соответственно, O центр описанной окружности, H точка пересечения высот. Прямые BH и  $OC_0$  пересекаются в точке P, а прямые CH и  $OB_0$  в точке Q. Оказалось, что четырехугольник OPHQ ромб. Докажите, что точки A, P и Q лежат на одной прямой.

## Угадай тему

группа 10-2 12.12.16

- **1.** На стороне BC треугольника ABC выбрана точка D. Кроме этого  $\angle BAC: \angle ADC: \angle BCA=3:2:1$ . При этом BC=19, AB=13. Найдите AD.
- **2.** Внутри острого угла BAC взяты точки M и N, причём  $\angle BAN = \angle CAM$ . На луче AB отмечена точка Q так, что  $\angle NQA = \angle MQB$ , а на луче AC точка P так, что  $\angle NPA = \angle MPC$ . Докажите, что длины ломаных MPN и MQN равны.
- 3. Бильярд имеет форму прямоугольного треугольника, один из острых углов которого равен 30°. Из этого угла по медиане противоположной стороны выпущен шар (материальная точка). Доказать, что после восьми отражений (угол падения равен углу отражения) он попадёт в лузу, находящуюся в вершине угла 60°.
- **4.** Пусть I центр вписанной окружности треугольника ABC;  $C_1, A_1, B_1$  точки касания вписанной окружности со сторонами AB, BC, CA соответственно. Прямые  $AI, CI, B_1I$  пересекают прямую  $A_1C_1$  в точках X, Y, Z соответственно. Докажите, что  $\angle YB_1Z = \angle XB_1Z$ .
- **5.** Пусть  $AH_a$  и  $BH_b$  высоты треугольника ABC, P и Q проекции точки  $H_a$  на стороны AB и AC. Докажите, что прямая PQ делит отрезок  $H_aH_b$  пополам.
- 6. В неравнобедренном остроугольном треугольнике ABC точки  $C_0$  и  $B_0$  середины сторон AB и AC соответственно, O центр описанной окружности, H точка пересечения высот. Прямые BH и  $OC_0$  пересекаются в точке P, а прямые CH и  $OB_0$  в точке Q. Оказалось, что четырехугольник OPHQ ромб. Докажите, что точки A, P и Q лежат на одной прямой.