

# Неравенства

группа 10-2

08.12.16

1. Для любых  $a, b, c$  докажите неравенство

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c).$$

2. Неотрицательные  $a, b, c$  таковы, что  $a + b + c = 2$ . Докажите неравенство  $abc \geq 8(1 - a)(1 - b)(1 - c)$ .

3. (а) (Несбитт) Для  $a, b, c > 0$  докажите, что

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}.$$

- (б) Пусть  $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$  ( $n \geq 2$ ) Покажите, что

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{s - a_i} \geq \frac{n}{n-1},$$

где  $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ .

4. (а) Пусть  $a, b, c$  положительны, докажите, что

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + \dots + a_n)^2}{b_1 + \dots + b_n}.$$

- (б) Пусть  $a, b, c$  положительны, докажите, что

$$a^3b + b^3c + c^3a \geq abc(a + b + c).$$

5. Известно, что  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Покажите, что  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq x + y + z$ .

# Неравенства

группа 10-2

08.12.16

1. Для любых  $a, b, c$  докажите неравенство

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a + b + c).$$

2. Неотрицательные  $a, b, c$  таковы, что  $a + b + c = 2$ . Докажите неравенство  $abc \geq 8(1 - a)(1 - b)(1 - c)$ .

3. (а) (Несбитт) Для  $a, b, c > 0$  докажите, что

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}.$$

- (б) Пусть  $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$  ( $n \geq 2$ ) Покажите, что

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{s - a_i} \geq \frac{n}{n-1},$$

где  $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ .

4. (а) Пусть  $a, b, c$  положительны, докажите, что

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + \dots + a_n)^2}{b_1 + \dots + b_n}.$$

- (б) Пусть  $a, b, c$  положительны, докажите, что

$$a^3b + b^3c + c^3a \geq abc(a + b + c).$$

5. Известно, что  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ . Покажите, что  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq x + y + z$ .