Метод крайнего

группа 10-2
28.11.16

1. Однажды вечером на математическом кружке побывало 30 учеников, причём если ученик уходил с занятия, то больше на него не возвращался. Известно, что там каждый встретился с каждым. Докажите, что в некоторый момент преподаватель мог сделать важное объявление, чтобы его услышали все ученики.

2. В каждой клетке таблицы $n \times n$ записано целое число, причём никакое число не встречается дважды. Докажите, что существуют такие две соседние клетки (по горизонтали, вертикали или диагонали), что числа записанные в них отличаются не менее чем на $n + 1$.

3. Докажите, что число $1 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/n$ не является целым.

4. На плоскости расположено несколько треугольников, причём любые два пересекаются. Докажите, что существует прямая заданного направления, пересекающая все треугольники.

5. **(a)** На столе лежат одинаковые монеты без наложений. Докажите, что найдётся монета, которая касается не более трёх других.
(b) На столе лежат произвольные монеты без наложений. Докажите, что найдётся монета, которая касается не более пяти других.

6. На плоскости дано несколько прямых. Известно, что через точку пересечения любых двух прямых, проходит по крайней мере ещё одна. Докажите, что все отмеченные прямые проходят через одну точку.

7. Из прямоугольных треугольников сложили прямоугольник так, что треугольники граничат друг с другом только по целым сторонам и общая сторона двух треугольников всегда служит катетом одного и гипотенузой другого. Докажите, что большая сторона прямоугольника хотя бы в два раза больше чем меньшая сторона.

8. Однажды вечером на математическом кружке побывало 30 учеников, причём если ученик уходил с занятия, то больше на него не возвращался. Оказалось, что среди любых трёх учеников двое на кружке встретились. Докажите, что преподаватель мог сделать важное сообщение не более двух раз, чтобы его услышали все ученики.