

Еще немного инверсии

группа 10-2

17.11.16

1. С помощью циркуля и линейки постройте окружность,
 - (а) проходящую через две данные точки и касающуюся данной окружности;
 - (б) проходящую через данную точку и касающуюся двух данных окружностей
 - (с) касающуюся трех данных окружностей.
2. Пусть инверсия с центром в точке O переводит окружность ω в ω' . Докажите, что O — центр гомотетии, переводящей ω в ω' .
3. Рассмотрим три попарно пересекающиеся окружности: $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Пусть R — их радикальный центр. Обозначим через O_1 центр описанной окружности треугольника, образованного какой-то тройкой общих точек ω_1 и ω_2 , ω_1 и ω_3 , ω_2 и ω_3 , а через O_2 центр описанной окружности треугольника, образованного вторыми точками пересечения тех же пар окружностей. Докажите, что R , O_1 и O_2 лежат на одной прямой.
4. Дана окружность и точка P внутри нее, отличная от центра. Рассматриваются пары окружностей, касающиеся данной изнутри и друг друга в точке P . Найдите геометрическое место точек пересечения общих внешних касательных к этим окружностям.
5. Окружность S_A проходит через точки A и C ; окружность S_B проходит через точки B и C ; центры обеих окружностей лежат на прямой AB . Окружность S касается окружностей S_A и S_B , а кроме того, она касается отрезка AB в точке C_1 . Докажите, что CC_1 — биссектриса треугольника ABC .