Просто разнобой

группа 10-2

31.10.16

1. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD, BE и CF, пересекающиеся в точке I. Серединный перпендикуляр к отрезку AD пересекает прямые BE и CF в точках M и N соответственно. Докажите, что точки A, I, M и N лежат на одной окружности.

2. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle ABC + \angle ABD = 90°$. На диагонали BD отмечена точка E, причём $BE = AD$. Из неё на сторону AB опущен перпендикуляр EF. Докажите, что $CD + EF < AC$.

3. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Лучи AB и DC пересекаются в точке K. Оказалось, что точки B, D, а также середины отрезков AC и KC лежат на одной окружности. Какие значения может принимать угол ADC?

4. Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон в точках A_1, B_1 и C_1. Внутри треугольника ABC взята точка X. Прямая AX пересекает дугу B_1C_1 вписанной окружности в точке A_2; точки B_2 и C_2 определяются аналогично. Докажите, что прямые A_1A_2, B_1B_2 и C_1C_2 пересекаются в одной точке.

5. Пусть AB – диаметр окружности ω. Прямая ℓ касается окружности ω в точке B. Точки C, D выбраны на ℓ таким образом, что B находится на отрезке CD. Пусть E, F – точки пересечения ω и прямых AC, AD соответственно, а G, H – точки пересечения ω и прямых CF, DE. Докажите, что $AH = AG$.

6. Пусть ABC – равнобедренный треугольник ($AB = AC$). На продолжениях сторон BC, AB и AC выбраны точки P, X, Y таким образом, что $PX \parallel AC$ и $PY \parallel AB$ и точка P лежит на луче CB. Точка T – середина дуги BC описанной окружности треугольника ABC ($T \neq A$). Докажите, что $PT \perp XY$.

Просто разнобой

группа 10-2

31.10.16

1. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD, BE и CF, пересекающиеся в точке I. Серединный перпендикуляр к отрезку AD пересекает прямые BE и CF в точках M и N соответственно. Докажите, что точки A, I, M и N лежат на одной окружности.

2. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle ABC + \angle ABD = 90°$. На диагонали BD отмечена точка E, причём $BE = AD$. Из неё на сторону AB опущен перпендикуляр EF. Докажите, что $CD + EF < AC$.

3. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Лучи AB и DC пересекаются в точке K. Оказалось, что точки B, D, а также середины отрезков AC и KC лежат на одной окружности. Какие значения может принимать угол ADC?

4. Вписанная окружность треугольника ABC касается его сторон в точках A_1, B_1 и C_1. Внутри треугольника ABC взята точка X. Прямая AX пересекает дугу B_1C_1 вписанной окружности в точке A_2; точки B_2 и C_2 определяются аналогично. Докажите, что прямые A_1A_2, B_1B_2 и C_1C_2 пересекаются в одной точке.

5. Пусть AB – диаметр окружности ω. Прямая ℓ касается окружности ω в точке B. Точки C, D выбраны на ℓ таким образом, что B находится на отрезке CD. Пусть E, F – точки пересечения ω и прямых AC, AD соответственно, а G, H – точки пересечения ω и прямых CF, DE. Докажите, что $AH = AG$.

6. Пусть ABC – равнобедренный треугольник ($AB = AC$). На продолжениях сторон BC, AB и AC выбраны точки P, X, Y таким образом, что $PX \parallel AC$ и $PY \parallel AB$ и точка P лежит на луче CB. Точка T – середина дуги BC описанной окружности треугольника ABC ($T \neq A$). Докажите, что $PT \perp XY$.