Теоремы Чевы и Менелая. Добавка.

группа 10-2

13.10.16

1. Пусть BB_0 – биссектриса треугольника ABC. Пусть вписанная в треугольник ABB_0 окружность касается прямых AB, BB_0 и AC в точках C_1, A_1 и B_1 соответственно. Пусть также вневписанная в треугольник CBB_0 окружность (соответствующая вершине B) касается прямых CB, BB_0 и AC в точках A_2, C_2 и B_2 соответственно. Докажите, что точки C_1, B_1, C_2 лежат на одной прямой и точки A_1, B_2, A_2 лежат на одной прямой.

2. (Теорема Паскаля) Дан шестиугольник $AC_1BA_1CB_1$, вписанный в окружность. Доказать, что точки пересечения противоположных сторон лежат на одной прямой.[1]

3. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1. B_2, C_2 – середины дуг AC и AB описанной окружности. Пусть прямые A_1B_1 и A_2B_2 пересекаются в точке P. Докажите, что AP – касательная к описанной окружности.

4. В треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Пусть P и Q – основания перпендикуляров из точки B_1 на стороны AB и BC соответственно. Доказать, что прямая PQ проходит через середину отрезка B_1C_1.

[1] **Подсказка.** Рассмотрите треугольник XYZ, где $X = (AB_1) \cap (CA_1), Y = (BC_1) \cap (CA_1), Z = (AB_1) \cap (BC_1)$

Теоремы Чевы и Менелая. Добавка.

группа 10-2

13.10.16

1. Пусть BB_0 – биссектриса треугольника ABC. Пусть вписанная в треугольник ABB_0 окружность касается прямых AB, BB_0 и AC в точках C_1, A_1 и B_1 соответственно. Пусть также вневписанная в треугольник CBB_0 окружность (соответствующая вершине B) касается прямых CB, BB_0 и AC в точках A_2, C_2 и B_2 соответственно. Докажите, что точки C_1, B_1, C_2 лежат на одной прямой и точки A_1, B_2, A_2 лежат на одной прямой.

2. (Теорема Паскаля) Дан шестиугольник $AC_1BA_1CB_1$, вписанный в окружность. Доказать, что точки пересечения противоположных сторон лежат на одной прямой.[2]

3. В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1. B_2, C_2 – середины дуг AC и AB описанной окружности. Пусть прямые A_1B_1 и A_2B_2 пересекаются в точке P. Докажите, что AP – касательная к описанной окружности.

4. В треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Пусть P и Q – основания перпендикуляров из точки B_1 на стороны AB и BC соответственно. Доказать, что прямая PQ проходит через середину отрезка B_1C_1.

[2] **Подсказка.** Рассмотрите треугольник XYZ, где $X = (AB_1) \cap (CA_1), Y = (BC_1) \cap (CA_1), Z = (AB_1) \cap (BC_1)$