

Увидеть граф

группа 10-2

22.09.16

1. Волейбольная сетка имеет вид прямоугольника размером 50×600 клеток. Какое наибольшее число верёвочек можно перерезать так, чтобы сетка не распалась на куски?
2. Есть m болельщиков: некоторые из них (возможно, все или никто) болеют за «Спартак», а остальные – за «Динамо». Разрешается спросить у любых двоих, болеют ли они за разные команды, и они честно ответят «да» или «нет». Требуется посадить болельщиков в два автобуса так, чтобы в каждом были болельщики только одной команды. За какое минимальное количество вопросов это наверняка можно сделать?
3. Муравей ползает по поверхности кубика $11 \times 11 \times 11$ вдоль диагоналей квадратиков 1×1 (поворачивать в центре клетки нельзя). Могло ли так оказаться, что он побывал в каждом квадратике ровно один раз?
4. 10 кружковцев образовали дежурную команду для решения домашних задач. В команде всегда не менее 3 человек. Каждый вечер в команду добавляется один человек либо из неё исключается один человек. Можно ли будет перебрать все допустимые составы команды ровно по одному разу?
5. Из кубиков $1 \times 1 \times 1$ склеен куб $3 \times 3 \times 3$. Какое наибольшее количество кубиков можно из него выкинуть, чтобы осталась фигура с такими двумя свойствами:
 - со стороны каждой грани исходного куба фигура выглядит как квадрат 3×3 (глядя перпендикулярно этой грани, мы не увидим просвета – видны 9 кубиков фигуры);
 - переходя в фигуре от кубика к кубику через их общую грань, можно от каждого кубика добраться до любого другого?
6. На клетчатой доске 11×11 отмечено 22 клетки так, что на каждой вертикали и на каждой горизонтали отмечено ровно 2 клетки. Два расположения отмеченных клеток эквивалентны, если, меняя любое число раз вертикали между собой и горизонтали между собой, мы из одного расположения можем получить другое. Сколько существует неэквивалентных расположений отмеченных клеток?
7. Множество клеток на клетчатой плоскости назовем *ладейно связным*, если из каждой его клетки можно попасть в любую другую, двигаясь по клеткам этого множества ходом ладьи (ладье разрешается перелетать через поля, не принадлежащие нашему множеству). Докажите, что ладейно связное множество из 100 клеток можно разбить на пары клеток, лежащих в одной строке или в одном столбце.
8. У сломанного циркуля нельзя изменить расстояние между концами ножек. Пете удалось поставить циркуль так, что его концы оказались в двух узлах клетчатой бумаги. Петя шагает циркулем, поочередно оставляя одну ножку на бумаге, а другую перенося в новый узел. Может ли Петя вернуть циркуль в исходные точки так, чтобы ножки поменялись местами?