## Теория чисел - 2

10 класс 20.02.17

- 1. Докажите, что для любого натурального n найдётся число, делящееся на n, с суммой цифр n.
- 2. Докажите, что существует такая бесконечная возрастающая последовательность  $a_n$ , что для любого натурального k последовательность  $b_n = k + a_n$  содержит лишь конечное число простых чисел.
- 3. Пусть a натуральное число. Докажите, что среди чисел вида  $2^n a$  (n натуральное) найдутся числа со сколь угодно большими простыми делителями.
- 4. Многочлен P(x) степени n-1 принимает целые значения в точках  $1,2,\ldots,n$ . Докажите, что этот многочлен принимает целые значения во всех натуральных точках.
- 5. Даны натуральные числа x, y из отрезка [2, 100]. Докажите, что при некотором натуральном n число  $x^{2^n} + y^{2^n}$  составное.
- 6. Докажите, что для любого натурального n существует такой многочлен с целыми коэффициентами P(x), что числа  $P(1), \ldots, P(n)$  являются различными степенями двойки.

## Теория чисел - 2

10 класс 20.02.17

- 1. Докажите, что для любого натурального n найдётся число, делящееся на n, с суммой цифр n.
- 2. Докажите, что существует такая бесконечная возрастающая последовательность  $a_n$ , что для любого натурального k последовательность  $b_n = k + a_n$  содержит лишь конечное число простых чисел.
- 3. Пусть a натуральное число. Докажите, что среди чисел вида  $2^n a$  (n натуральное) найдутся числа со сколь угодно большими простыми делителями.
- 4. Многочлен P(x) степени n-1 принимает целые значения в точках  $1, 2, \ldots, n$ . Докажите, что этот многочлен принимает целые значения во всех натуральных точках.
- 5. Даны натуральные числа x,y из отрезка [2,100]. Докажите, что при некотором натуральном n число  $x^{2^n}+y^{2^n}$  составное.
- 6. Докажите, что для любого натурального n существует такой многочлен с целыми коэффициентами P(x), что числа  $P(1), \ldots, P(n)$  являются различными степенями двойки.