

Тренировочная олимпиада

10 класс
18.01.2016

1. Даны три квадратный трёхчлена $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ с разными старшими коэффициентами. Трёхчлены $f_1 - f_2$, $f_2 - f_3$, $f_3 - f_1$ имеют ровно по одному корню. Докажите, что эти корни совпадают.
 2. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки U и V соответственно; $BU = VC$. Точку U отразили относительно середины AC , получили точку P . Точку V отразили относительно середины AB , получили точку Q . Докажите, что середина отрезка PQ лежит на прямой, содержащей биссектрису угла BAC .
 3. Вершины дерева раскрашены в красный и в синий цвета *правильным образом* (т. е. никакие две вершины одного цвета не соединены ребром), причём вершин красного цвета не меньше, чем синего. Докажите, что существует красная висячая вершина. Вершин в дереве хотя бы две.
 4. Вася написал на доске ненулевую цифру и приписывал к ней справа по одной ненулевой цифре, пока не получил миллион цифр. Докажите, что на доске не более 100 раз был написан квадрат.
-

Тренировочная олимпиада

10 класс
18.01.2016

1. Даны три квадратный трёхчлена $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ с разными старшими коэффициентами. Трёхчлены $f_1 - f_2$, $f_2 - f_3$, $f_3 - f_1$ имеют ровно по одному корню. Докажите, что эти корни совпадают.
2. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки U и V соответственно; $BU = VC$. Точку U отразили относительно середины AC , получили точку P . Точку V отразили относительно середины AB , получили точку Q . Докажите, что середина отрезка PQ лежит на прямой, содержащей биссектрису угла BAC .
3. Вершины дерева раскрашены в красный и в синий цвета *правильным образом* (т. е. никакие две вершины одного цвета не соединены ребром), причём вершин красного цвета не меньше, чем синего. Докажите, что существует красная висячая вершина. Вершин в дереве хотя бы две.
4. Вася написал на доске ненулевую цифру и приписывал к ней справа по одной ненулевой цифре, пока не получил миллион цифр. Докажите, что на доске не более 100 раз был написан квадрат.