

Тренировочная олимпиада

10 класс
13.01.2017

1. Синусы углов треугольника рациональны. Докажите, что их косинусы также рациональны.
 2. Параболы $y = -x^2 + b_1x + c_1$ и $y = -x^2 + b_2x + c_2$ касаются параболы $ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) в точках A и B . Докажите, что прямая AB параллельна общей касательной к первым двум параболом.
 3. Вписанная в неравносторонний треугольник ABC окружность с центром I касается его сторон AB , BC , CA в точках C_1 , A_1 , B_1 соответственно. На прямой BC выбраны такие точки X и Y , что четырёхугольники XC_1B_1C и YB_1C_1B — вписанные. Прямые XC_1 и YB_1 пересекаются в точке Z . Докажите, что Z , I , A_1 лежат на одной прямой.
 4. В каждой клетке таблицы $n \times n$ стоит число 1 или -1 . Известно, что для каждой клетки произведение чисел во всех соседних с ней по стороне клетках равно 1. Докажите, что в любых двух клетках, симметричных относительно центра доски, записаны равные числа.
-

Тренировочная олимпиада

10 класс
13.01.2017

1. Синусы углов треугольника рациональны. Докажите, что их косинусы также рациональны.
 2. Параболы $y = -x^2 + b_1x + c_1$ и $y = -x^2 + b_2x + c_2$ касаются параболы $ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) в точках A и B . Докажите, что прямая AB параллельна общей касательной к первым двум параболом.
 3. Вписанная в неравносторонний треугольник ABC окружность с центром I касается его сторон AB , BC , CA в точках C_1 , A_1 , B_1 соответственно. На прямой BC выбраны такие точки X и Y , что четырёхугольники XC_1B_1C и YB_1C_1B — вписанные. Прямые XC_1 и YB_1 пересекаются в точке Z . Докажите, что Z , I , A_1 лежат на одной прямой.
 4. В каждой клетке таблицы $n \times n$ стоит число 1 или -1 . Известно, что для каждой клетки произведение чисел во всех соседних с ней по стороне клетках равно 1. Докажите, что в любых двух клетках, симметричных относительно центра доски, записаны равные числа.
-

Тренировочная олимпиада

10 класс
13.01.2017

1. Синусы углов треугольника рациональны. Докажите, что их косинусы также рациональны.
2. Параболы $y = -x^2 + b_1x + c_1$ и $y = -x^2 + b_2x + c_2$ касаются параболы $ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) в точках A и B . Докажите, что прямая AB параллельна общей касательной к первым двум параболом.
3. Вписанная в неравносторонний треугольник ABC окружность с центром I касается его сторон AB , BC , CA в точках C_1 , A_1 , B_1 соответственно. На прямой BC выбраны такие точки X и Y , что четырёхугольники XC_1B_1C и YB_1C_1B — вписанные. Прямые XC_1 и YB_1 пересекаются в точке Z . Докажите, что Z , I , A_1 лежат на одной прямой.
4. В каждой клетке таблицы $n \times n$ стоит число 1 или -1 . Известно, что для каждой клетки произведение чисел во всех соседних с ней по стороне клетках равно 1. Докажите, что в любых двух клетках, симметричных относительно центра доски, записаны равные числа.