

Разнойой по комбинаторике

группа 10-1

12.01.2016

1. В клетках таблицы $n \times n$ сидят n зайчиков. Требуется найти прямоугольник с периметром x , идущий по линиям сетки и не содержащий зайчиков. При каком максимальном x его заведомо удастся найти?
2. На полке в ряд стоят десять книжек. За одну операцию разрешается поменять местами две рядом стоящие книги, которые до этого ещё не меняли местами друг с другом. Было совершено менее 45 операций. Докажите, что можно совершить ещё одну.
3. На окружности отмечено $n \geq 15$ точек. Судьба-злодейка нарисовала пять треугольников с вершинами в отмеченных точках. Треугольники не пересекаются (в том числе не имеют общих вершин). Вася задумал нарисовать ещё два треугольника с вершинами в отмеченных точках так, чтобы они не пересекались друг с другом и с уже нарисованными. При каком наименьшем n он гарантированно сможет осуществить задуманное?
4. В противоположных углах доски 100×100 стоят две фишки: красная и синяя. Два игрока по очереди передвигают фишки на соседнее по стороне поле (две фишки могут стоять на одном поле). Первый игрок двигает только красную фишку, второй — только синюю. Первый игрок выигрывает, если после его хода отрезки, соединяющие центр доски с центрами занятых клеток, перпендикулярны. Может ли второй игрок ему помешать?
5. Среди n монет присутствует одна фальшивая монета иного веса. Васе требуется за три взвешивания на двухчашечных весах определить, какая из монет фальшивая и в какую сторону отличается её вес. При каком максимальном n он сможет это сделать?
6. При каких n из фигурок, представляющих собой объединение трёх сторон единичного квадрата (буква «П»), можно сложить квадрат $n \times n$, разбитый на единичные квадратики?
7. У Деда Мороза есть n различных подарков и много одинаковых мешков. В каждом мешке должно лежать два предмета (два мешка, два подарка или мешок и подарок). Это касается и того единственного мешка, который Дед Мороз держит на плече. Сколькими способами можно разложить подарки по мешкам?
8. Шахматную доску случайным образом разбили на доминошки. В какое наименьшее число цветов можно гарантированно раскрасить эти доминошки с условием, чтобы любые две клетки доски, отстоящие на ход коня, были раскрашены в разные цвета?