# Подозрительные неравенства

*группа 10-1*

*22.12.2016*

1. Неотрицательные числа $x, y, z$ таковы, что $x + y + z = 1$. Докажите, что
$$x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz \geqslant \frac{1}{4}.$$

2. Дано натуральное число $n \geqslant 2$ и $n$ чисел $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ в диапазоне $[0, \pi/2)$. Докажите неравенство:
$$\cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2 \cdot \ldots \cdot \cos\alpha_n \cdot (\operatorname{tg}\alpha_1 + \ldots + \operatorname{tg}\alpha_n) \leqslant \frac{(n-1)^{(n-1)/2}}{n^{(n-2)/2}}.$$

3. Произведение положительных чисел $a, b, c$ равно 1. Докажите, что верно неравенство:
$$a^2 + b^2 + c^2 - 3 \geqslant 18(a + b + c - ab - bc - ca).$$

4. Для положительных $a, b, c$ покажите, что выполнено неравенство
$$(a + b + c)^5 \geqslant 81abc(a^2 + b^2 + c^2).$$

5. Для неотрицательных $a, b, c$ верно, что $a + b + c = 3$. Докажите, что $a^2b + b^2c + c^2a \leqslant 4$.

---


# Подозрительные неравенства

*группа 10-1*

*22.12.2016*

1. Неотрицательные числа $x, y, z$ таковы, что $x + y + z = 1$. Докажите, что
$$x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz \geqslant \frac{1}{4}.$$

2. Дано натуральное число $n \geqslant 2$ и $n$ чисел $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ в диапазоне $[0, \pi/2)$. Докажите неравенство:
$$\cos\alpha_1 \cdot \cos\alpha_2 \cdot \ldots \cdot \cos\alpha_n \cdot (\operatorname{tg}\alpha_1 + \ldots + \operatorname{tg}\alpha_n) \leqslant \frac{(n-1)^{(n-1)/2}}{n^{(n-2)/2}}.$$

3. Произведение положительных чисел $a, b, c$ равно 1. Докажите, что верно неравенство:
$$a^2 + b^2 + c^2 - 3 \geqslant 18(a + b + c - ab - bc - ca).$$

4. Для положительных $a, b, c$ покажите, что выполнено неравенство
$$(a + b + c)^5 \geqslant 81abc(a^2 + b^2 + c^2).$$

5. Для неотрицательных $a, b, c$ верно, что $a + b + c = 3$. Докажите, что $a^2b + b^2c + c^2a \leqslant 4$.