

Таблицы

группа 10-1

12.12.2016

1. На доске 101×101 расположена 101 ладья, причём никакая ладья не бьёт никакую другую. Может ли каждая ладья сделать ход конём так, что получится расстановка ладей, опять не бьющих друг друга?
2. Шахматная доска раскрашена в 10 цветов правильным образом (соседние по стороне клетки имеют разные цвета), причём все цвета присутствуют. Два цвета называются *соседними*, если существуют две соседние клетки этих цветов. Каково наименьшее число пар соседних цветов?
3. Игра в «супершахматы» ведётся на доске размером 100×100 , в ней участвует 20 различных фигур, каждая из которых ходит по своим правилам. Известно, что любая фигура с любого места бьёт не более 20 полей (но больше о правилах ничего не сказано, например, если фигуру А передвинуть, то о том, как изменится множество битых полей мы ничего не знаем). Докажите, что можно расставить на доске все 20 фигур так, чтобы ни одна из них не била другую.
4. Клетки квадрата 50×50 раскрашены в четыре цвета. Докажите, что существует такая клетка, что по всем четырём сторонам от неё (справа, сверху, слева, снизу) найдётся по клетке того же цвета (не обязательно соседние).
5. На шахматной доске стоит король. Король взял и обошёл все клетки по одному разу ходом короля. Вдоль своего пути король соединял центры клеток отрезками; получившийся путь оказался без самопересечений.
 - а) Какой максимальный путь мог пройти король?
 - б) Какой максимальный путь мог пройти король, если последним ходом он вернулся в начальную клетку?
6. Каждая клетка бесконечной клетчатой плоскости раскрашена в один из n^2 цветов так, что в любом квадрате из $n \times n$ клеток встречаются все цвета. Известно, что в какой-то строке встречаются все цвета. Докажите, что существует столбец, раскрашенный ровно в n цветов.
7. В таблице $n \times n$ расставлены числа $1, 2, \dots, n^2$, по одному в каждой клетке. Докажите, что существуют соседние по стороне клетки, числа в которых отличаются не менее чем на n .