

Оценочные задачи

группа 10-1

28.11.2016

1. Шахматная фигура «пулеметчик» бьёт все клетки в одном из четырёх направлений. Какое максимальное число не бьющих друг друга пулемётчиков можно выставить на доске 20×20 ?
2. Определите минимальное значение параметра k , обладающего следующим свойством: существует способ отметить k клеток внутри квадрата 100×100 так, чтобы при любом разбиении его на два прямоугольника в одном из прямоугольников было не менее 100 клеток.
3. В городе Прямоугольнице схема улиц представляет из себя прямоугольную сетку $m \times n$. На некоторых улицах (но не на перекрёстках) стоят полицейские и записывают в блокнотик направление и момент времени проезжающих мимо машин. Какое минимальное число полицейских должно стоять на улицах города, чтобы можно было однозначно восстановить любой замкнутый маршрут и направление движения автомобиля (машина не ездит по одной улице дважды)?
4. Какое максимальное количество клеток доски $m \times n$ можно закрасить так, чтобы никакие три центра закрасенных клеток не образовывали прямоугольный треугольник?
5. Найдите максимальное вещественное число L со следующим свойством: для любого покрытия отрезка I длины 1 конечным множеством отрезков можно из этого множества выделить такое подмножество, что мера точек I , покрытых ровно в один слой, не меньше L (подмножество не обязано покрывать весь отрезок).
6. Дан прямоугольник. Провели $m - 1$ горизонтальных разрезов и $n - 1$ вертикальных, изначальный прямоугольник разрезался на mn прямоугольников. На каждый из этих mn прямоугольников положили карточку с написанной на ней площадью этого маленького прямоугольника числом вниз. Какое минимальное число карточек нужно перевернуть, чтобы узнать площадь изначального прямоугольника?
7. На плоскости проведено $2n + 1$ прямых общего положения. Каково максимальное число остроугольных треугольников со сторонами, лежащими на этих прямых?