

Графы, часть 2

группа 10-1

19.09.2016

1. Пусть $k > 1$ — натуральное число. В графе степень каждой вершины не меньше k . Докажите, что в этом графе найдётся простой цикл длины не меньше, чем $k + 1$.
 2. (Теорема Кёнига)
 - а) В прямоугольной таблице закрашено несколько клеток. *Рядом* будем называть столбец или строку. Докажите, что минимальное число рядов, которыми можно покрыть все закрашенные клетки, совпадает с максимальным числом не бьющих друг друга ладей, которые можно расставить в закрашенные клетки.
 - б) Дан двудольный граф. *Вершинным покрытием* будем называть любое такое множество вершин W , что у каждого ребра хотя бы один из концов принадлежит W . *Паросочетание* — множество рёбер, не имеющих общих концов. Докажите, что число вершин минимального вершинного покрытия совпадает с числом рёбер в максимальном паросочетании.
 3. Диаметр связного графа — наибольшее из расстояний между его вершинами. Пусть в связном графе диаметра d минимальная длина цикла равна $2d + 1$ (хотя бы один цикл есть). Докажите, что степени всех вершин равны.
 4. В графе степень каждой вершины не меньше трёх. Докажите, что в этом графе существует цикл, длина которого не делится на три.
-

Графы, часть 2

группа 10-1

19.09.2016

1. Пусть $k > 1$ — натуральное число. В графе степень каждой вершины не меньше k . Докажите, что в этом графе найдётся простой цикл длины не меньше, чем $k + 1$.
2. (Теорема Кёнига)
 - а) В прямоугольной таблице закрашено несколько клеток. *Рядом* будем называть столбец или строку. Докажите, что минимальное число рядов, которыми можно покрыть все закрашенные клетки, совпадает с максимальным числом не бьющих друг друга ладей, которые можно расставить в закрашенные клетки.
 - б) Дан двудольный граф. *Вершинным покрытием* будем называть любое такое множество вершин W , что у каждого ребра хотя бы один из концов принадлежит W . *Паросочетание* — множество рёбер, не имеющих общих концов. Докажите, что число вершин минимального вершинного покрытия совпадает с числом рёбер в максимальном паросочетании.
3. Диаметр связного графа — наибольшее из расстояний между его вершинами. Пусть в связном графе диаметра d минимальная длина цикла равна $2d + 1$ (хотя бы один цикл есть). Докажите, что степени всех вершин равны.
4. В графе степень каждой вершины не меньше трёх. Докажите, что в этом графе существует цикл, длина которого не делится на три.