

1. Даны натуральные числа a и b . Известно, что $a^2 + b^2$ делится на ab . Докажите, что $a = b$.

2. Рассмотрим всевозможные наборы чисел из множества $1, 2, \dots, N$, не содержащие двух соседних чисел. Докажите, что сумма квадратов произведений чисел в этих наборах равна $(N + 1)! - 1$.

3. Изначально на доске записаны числа m и n . Каждую минуту Саша записывает в тетрадку квадрат наименьшего из чисел на доске, после чего Даша ищет разность чисел на доске и записывает ее вместо наибольшего из них, пока в какой-то момент не выпишет 0. Чему равна сумма чисел у Саши в тетради?

4. При каких натуральных n число $n^3 + 2n^2 + 11$ является точным кубом натурального числа?

5. В строго возрастающей последовательности натуральных чисел каждое число, начиная с третьего, равно сумме каких-то двух предшествующих. Докажите, что в этой последовательности бесконечно много составных чисел.

6. При каких натуральных n число $2^n + 1$ является степенью (выше первой) натурального числа?

7. В строчку одно за другим выписали числа 2^{2017} и 5^{2017} . Сколько цифр в полученном числе?

8. Докажите, что для любого натурального числа $k > 1$ существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде суммы k -й степени натурального числа и простого числа.

1. Даны натуральные числа a и b . Известно, что $a^2 + b^2$ делится на ab . Докажите, что $a = b$.

2. Рассмотрим всевозможные наборы чисел из множества $1, 2, \dots, N$, не содержащие двух соседних чисел. Докажите, что сумма квадратов произведений чисел в этих наборах равна $(N + 1)! - 1$.

3. Изначально на доске записаны числа m и n . Каждую минуту Саша записывает в тетрадку квадрат наименьшего из чисел на доске, после чего Даша ищет разность чисел на доске и записывает ее вместо наибольшего из них, пока в какой-то момент не выпишет 0. Чему равна сумма чисел у Саши в тетради?

4. При каких натуральных n число $n^3 + 2n^2 + 11$ является точным кубом натурального числа?

5. В строго возрастающей последовательности натуральных чисел каждое число, начиная с третьего, равно сумме каких-то двух предшествующих. Докажите, что в этой последовательности бесконечно много составных чисел.

6. При каких натуральных n число $2^n + 1$ является степенью (выше первой) натурального числа?

7. В строчку одно за другим выписали числа 2^{2017} и 5^{2017} . Сколько цифр в полученном числе?

8. Докажите, что для любого натурального числа $k > 1$ существует бесконечно много натуральных чисел, не представимых в виде суммы k -й степени натурального числа и простого числа.