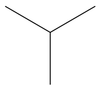
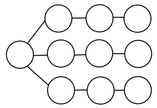
Убегающие **Алгоритмы вслепую** 17 марта 2017

1. На острове, изображённом на картинке, живёт абориген (остров состоит из трёх одинаковых отрезков длины d, см. рисунок). Однажды к нему на остров приплыл близорукий людоед. Людоед бегает в два раза быстрее, чем абориген, но при этом может увидеть аборигена, только если окажется на расстоянии не большем, чем 1 метр. Абориген обладает отличным зрением и всё время видит людоеда. Докажите, что людоед может отобедать аборигеном, если **a)** $d = 3$; **b)** $d = 4,999$; **c)** $d < 7$.





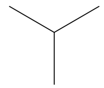
2. Система укреплений состоит из блиндажей, некоторые из них соединены траншеями. В одном из блиндажей спрятался пехотинец. Пушка может одним выстрелом накрыть любой блиндаж. В каждом промежутке между выстрелами пехотинец обязательно перебегает по одной из траншей в соседний блиндаж (даже если по соседнему блиндажу только что стреляла пушка, пехотинец может туда перебежать). Назовём систему *надёжной*, если у пушки нет стратегии поражения пехотинца (то есть такой последовательности выстрелов, благодаря которой пушка поразит пехотинца независимо от его начального местонахождения и передвижений).
a) Докажите, что система из 1000 блиндажей, расположенных в ряд и соединённых последовательно, ненадёжна.
b) Докажите, что система, изображённая на правом рисунке, надёжна.
c) Найдите все связные минимальные системы надёжных блиндажей, то есть такие системы, которые перестают быть надёжными при выкидывании любой траншеи.

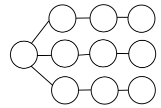
3. a) По кольцевой дороге едет поезд, последний вагон которого сцеплен с первым, так что внутри можно свободно перемещаться между вагонами. В каждом вагоне свет горит или не горит. Человек ходит по вагонам и может включать или выключать свет. Может ли он посчитать количество вагонов?
b) В каждом вагоне живёт проводник-людоед, который ест каждого, кто побывал в вагоне 2017 раз. Можно ли посчитать количество вагонов и остаться в живых?
c*) Пусть проводник есть каждого, кто побывал в вагоне k раз. При каком наименьшем k можно посчитать количество вагонов и остаться в живых?

4. Назовём лабиринтом шахматную доску 8×8, на которой между некоторыми полями поставлены перегородки. По команде **ВПРАВО** ладья смещается на одно поле вправо или, если справа находится край доски или перегородка, остается на месте; аналогично выполняются команды **ВЛЕВО**, **ВВЕРХ** и **ВНИЗ**. Программист пишет программу — конечную последовательность указанных команд, и дает её пользователю, после чего пользователь выбирает лабиринт и помещает в него ладью на любое поле. Верно ли, что программист может написать такую программу, что ладья обойдет все доступные поля в лабиринте при любом выборе пользователя?

Убегающие **Алгоритмы вслепую** 17 марта 2017

1. На острове, изображённом на картинке, живёт абориген (остров состоит из трёх одинаковых отрезков длины d, см. рисунок). Однажды к нему на остров приплыл близорукий людоед. Людоед бегает в два раза быстрее, чем абориген, но при этом может увидеть аборигена, только если окажется на расстоянии не большем, чем 1 метр. Абориген обладает отличным зрением и всё время видит людоеда. Докажите, что людоед может отобедать аборигеном, если **a)** $d = 3$; **b)** $d = 4,999$; **c)** $d < 7$.





2. Система укреплений состоит из блиндажей, некоторые из них соединены траншеями. В одном из блиндажей спрятался пехотинец. Пушка может одним выстрелом накрыть любой блиндаж. В каждом промежутке между выстрелами пехотинец обязательно перебегает по одной из траншей в соседний блиндаж (даже если по соседнему блиндажу только что стреляла пушка, пехотинец может туда перебежать). Назовём систему *надёжной*, если у пушки нет стратегии поражения пехотинца (то есть такой последовательности выстрелов, благодаря которой пушка поразит пехотинца независимо от его начального местонахождения и передвижений).
a) Докажите, что система из 1000 блиндажей, расположенных в ряд и соединённых последовательно, ненадёжна.
b) Докажите, что система, изображённая на правом рисунке, надёжна.
c) Найдите все связные минимальные системы надёжных блиндажей, то есть такие системы, которые перестают быть надёжными при выкидывании любой траншеи.

3. a) По кольцевой дороге едет поезд, последний вагон которого сцеплен с первым, так что внутри можно свободно перемещаться между вагонами. В каждом вагоне свет горит или не горит. Человек ходит по вагонам и может включать или выключать свет. Может ли он посчитать количество вагонов?
b) В каждом вагоне живёт проводник-людоед, который ест каждого, кто побывал в вагоне 2017 раз. Можно ли посчитать количество вагонов и остаться в живых?
c*) Пусть проводник есть каждого, кто побывал в вагоне k раз. При каком наименьшем k можно посчитать количество вагонов и остаться в живых?

4. Назовём лабиринтом шахматную доску 8×8, на которой между некоторыми полями поставлены перегородки. По команде **ВПРАВО** ладья смещается на одно поле вправо или, если справа находится край доски или перегородка, остается на месте; аналогично выполняются команды **ВЛЕВО**, **ВВЕРХ** и **ВНИЗ**. Программист пишет программу — конечную последовательность указанных команд, и дает её пользователю, после чего пользователь выбирает лабиринт и помещает в него ладью на любое поле. Верно ли, что программист может написать такую программу, что ладья обойдет все доступные поля в лабиринте при любом выборе пользователя?