

1. Аппарат Балбеса наполняет бутылку самогоном крепостью в x° за x минут, аппарат Труса — y° за y минут, аппарат Бывалого — z° за z минут. Работая вместе, три аппарата наполняют бутылку за 24 минуты. Какова крепость получившегося напитка?

2. Иван выбирает натуральное число n , вычисляет числа $a = n^2 + 5$ и $b = (n + 1)^2 + 5$, а затем находит их наибольший общий делитель. Какое наибольшее число он может получить?

3. Дан прямоугольный треугольник A_1BC , у которого катет A_1B в 5 раз больше катета BC . На луче, с концом в точке A_1 , параллельном BC и лежащим в разных полуплоскостях с точкой C относительно прямой AB , выбраны точки A_2, A_3, A_4, A_5 так, что $BC = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$. Чему равна сумма углов BA_iC ?

4. Игра "2048" происходит на поле 4×4 . Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появляются плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.

- Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре 2048?
- Какое наибольшее число очков можно получить в игре 2048?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать в игре 2048?

5. Существует ли строго возрастающая функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, все значения которой иррациональны?

6. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность Ω и описан вокруг окружности ω . На сторонах AC и AB выбраны точки P и Q соответственно так, что отрезок PQ касается ω . Окружность Ω_b с центром P проходит через B , а окружность Ω_c с центром Q проходит через C . Докажите, что окружности Ω, Ω_b и Ω_c имеют общую точку.

7. Дан квадрат со стороной 102 и неизвестная связная фигура из 101 клетки. Какое наибольшее число копий такой фигуры можно вырезать из квадрата? Фигуру можно перемещать, поворачивать и переворачивать.

1. Аппарат Балбеса наполняет бутылку самогоном крепостью в x° за x минут, аппарат Труса — y° за y минут, аппарат Бывалого — z° за z минут. Работая вместе, три аппарата наполняют бутылку за 24 минуты. Какова крепость получившегося напитка?

2. Иван выбирает натуральное число n , вычисляет числа $a = n^2 + 5$ и $b = (n + 1)^2 + 5$, а затем находит их наибольший общий делитель. Какое наибольшее число он может получить?

3. Дан прямоугольный треугольник A_1BC , у которого катет A_1B в 5 раз больше катета BC . На луче, с концом в точке A_1 , параллельном BC и лежащим в разных полуплоскостях с точкой C относительно прямой AB , выбраны точки A_2, A_3, A_4, A_5 так, что $BC = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$. Чему равна сумма углов BA_iC ?

4. Игра "2048" происходит на поле 4×4 . Перед каждым ходом игрока на случайной свободной клетке появляются плитка номинала 2 или 4. Своим ходом игрок может скинуть все плитки в одну из четырех сторон. Если при этом одна плитка налетает на другую плитку того же номинала, то они соединяются в одну плитку, номинал которой равен сумме номиналов этих плиток. Если при нажатии местоположение плиток не меняется, то ход считается не совершенным. За каждое соединение очки игрока увеличиваются на номинал полученной плитки. Игра заканчивается, когда игрок не может совершить ход.

- Какую наибольшую степень двойки можно получить в игре 2048?
- Какое наибольшее число очков можно получить в игре 2048?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать в игре 2048?

5. Существует ли строго возрастающая функция $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, все значения которой иррациональны?

6. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность Ω и описан вокруг окружности ω . На сторонах AC и AB выбраны точки P и Q соответственно так, что отрезок PQ касается ω . Окружность Ω_b с центром P проходит через B , а окружность Ω_c с центром Q проходит через C . Докажите, что окружности Ω, Ω_b и Ω_c имеют общую точку.

7. Дан квадрат со стороной 102 и неизвестная связная фигура из 101 клетки. Какое наибольшее число копий такой фигуры можно вырезать из квадрата? Фигуру можно перемещать, поворачивать и переворачивать.