

1. На высоте AH остроугольного треугольника ABC выбрана точка X . Из неё опущены перпендикуляры XB_1 и XC_1 на стороны AC и AB соответственно. Докажите, что точки B, C, B_1, C_1 лежат на одной окружности.

2. Вписанная в треугольник ABC окружность касается сторон AB, AC, BC в точках C', B', A' . Прямые BI и $A'C'$ пересекаются в точке B_1 , прямые CI и $A'B'$ — в точке C_1 . Докажите, что точки B, C, B_1, C_1 лежат на одной окружности.

3. AA_1, BB_1 и CC_1 — высоты остроугольного треугольника ABC , O и H — центр описанной окружности и ортоцентр соответственно. Докажите, что точки O, H, A_1 и точка, симметричная A относительно B_1C_1 лежат на одной окружности.

4. На прямых, содержащих высоты BB_1, CC_1 остроугольного треугольника ABC , отметили точки, из которых соответствующие стороны (т. е. AC и AB соответственно) видны под прямым углом. Докажите, что четыре отмеченные точки лежат на одной окружности.

5. Точка H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC . Окружности ω_1 и ω_2 касаются стороны BC в точках B и C соответственно и проходят через точку A . Пусть M — вторая точка пересечения окружностей. Докажите, что она M является проекцией H на медиану, проведённую из вершины A .

6. Пусть A_1 — основание биссектрисы угла A треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности. Пусть XU — произвольная хорда описанной окружности треугольника BIC , проходящая через A_1 . Докажите, что AA_1 — биссектриса угла XAU .

7. Две неравные окружности с центрами M и N пересекаются в точках P и Q . Касательная к первой окружности, восстановленная в точке P , пересекает касательную в точке Q ко второй окружности в точке X . Докажите, что углы PXQ и MXN имеют общую биссектрису.

1. На высоте AH остроугольного треугольника ABC выбрана точка X . Из неё опущены перпендикуляры XB_1 и XC_1 на стороны AC и AB соответственно. Докажите, что точки B, C, B_1, C_1 лежат на одной окружности.

2. Вписанная в треугольник ABC окружность касается сторон AB, AC, BC в точках C', B', A' . Прямые BI и $A'C'$ пересекаются в точке B_1 , прямые CI и $A'B'$ — в точке C_1 . Докажите, что точки B, C, B_1, C_1 лежат на одной окружности.

3. AA_1, BB_1 и CC_1 — высоты остроугольного треугольника ABC , O и H — центр описанной окружности и ортоцентр соответственно. Докажите, что точки O, H, A_1 и точка, симметричная A относительно B_1C_1 лежат на одной окружности.

4. На прямых, содержащих высоты BB_1, CC_1 остроугольного треугольника ABC , отметили точки, из которых соответствующие стороны (т. е. AC и AB соответственно) видны под прямым углом. Докажите, что четыре отмеченные точки лежат на одной окружности.

5. Точка H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC . Окружности ω_1 и ω_2 касаются стороны BC в точках B и C соответственно и проходят через точку A . Пусть M — вторая точка пересечения окружностей. Докажите, что она M является проекцией H на медиану, проведённую из вершины A .

6. Пусть A_1 — основание биссектрисы угла A треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности. Пусть XU — произвольная хорда описанной окружности треугольника BIC , проходящая через A_1 . Докажите, что AA_1 — биссектриса угла XAU .

7. Две неравные окружности с центрами M и N пересекаются в точках P и Q . Касательная к первой окружности, восстановленная в точке P , пересекает касательную в точке Q ко второй окружности в точке X . Докажите, что углы PXQ и MXN имеют общую биссектрису.