

1. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^3 - f(x)$  имеет ровно три вещественных корня. Найдите ординату вершины графика этого трехчлена.

2. Докажите, что найдется такое натуральное число  $n > 1$ , что произведение некоторых  $n$  последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых  $n + 100$  последовательных натуральных чисел.

3. Пусть  $AL$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к отрезку  $AL$  пересекает окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $PLQ$ , касается стороны  $BC$ .

4. На окружности отмечено  $2N$  точек ( $N$  — натуральное число). Известно, что через любую точку внутри окружности проходит не более двух хорд с концами в отмеченных точках. Назовем *паросочетанием* такой набор из  $N$  хорд с концами в отмеченных точках, что каждая отмеченная точка является концом ровно одной из этих хорд. Назовём паросочетание *чётным*, если количество точек, в которых пересекаются его хорды, чётно, и *нечётным* иначе. Найдите разность между количеством чётных и нечётных паросочетаний.

1. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^3 - f(x)$  имеет ровно три вещественных корня. Найдите ординату вершины графика этого трехчлена.

2. Докажите, что найдется такое натуральное число  $n > 1$ , что произведение некоторых  $n$  последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых  $n + 100$  последовательных натуральных чисел.

3. Пусть  $AL$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к отрезку  $AL$  пересекает окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $PLQ$ , касается стороны  $BC$ .

4. На окружности отмечено  $2N$  точек ( $N$  — натуральное число). Известно, что через любую точку внутри окружности проходит не более двух хорд с концами в отмеченных точках. Назовем *паросочетанием* такой набор из  $N$  хорд с концами в отмеченных точках, что каждая отмеченная точка является концом ровно одной из этих хорд. Назовём паросочетание *чётным*, если количество точек, в которых пересекаются его хорды, чётно, и *нечётным* иначе. Найдите разность между количеством чётных и нечётных паросочетаний.

1. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^3 - f(x)$  имеет ровно три вещественных корня. Найдите ординату вершины графика этого трехчлена.

2. Докажите, что найдется такое натуральное число  $n > 1$ , что произведение некоторых  $n$  последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых  $n + 100$  последовательных натуральных чисел.

3. Пусть  $AL$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к отрезку  $AL$  пересекает окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $PLQ$ , касается стороны  $BC$ .

4. На окружности отмечено  $2N$  точек ( $N$  — натуральное число). Известно, что через любую точку внутри окружности проходит не более двух хорд с концами в отмеченных точках. Назовем *паросочетанием* такой набор из  $N$  хорд с концами в отмеченных точках, что каждая отмеченная точка является концом ровно одной из этих хорд. Назовём паросочетание *чётным*, если количество точек, в которых пересекаются его хорды, чётно, и *нечётным* иначе. Найдите разность между количеством чётных и нечётных паросочетаний.

1. Квадратный трехчлен  $f(x)$  таков, что многочлен  $(f(x))^3 - f(x)$  имеет ровно три вещественных корня. Найдите ординату вершины графика этого трехчлена.

2. Докажите, что найдется такое натуральное число  $n > 1$ , что произведение некоторых  $n$  последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых  $n + 100$  последовательных натуральных чисел.

3. Пусть  $AL$  — биссектриса треугольника  $ABC$ . Серединный перпендикуляр к отрезку  $AL$  пересекает окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , в точках  $P$  и  $Q$ . Докажите, что окружность, описанная около треугольника  $PLQ$ , касается стороны  $BC$ .

4. На окружности отмечено  $2N$  точек ( $N$  — натуральное число). Известно, что через любую точку внутри окружности проходит не более двух хорд с концами в отмеченных точках. Назовем *паросочетанием* такой набор из  $N$  хорд с концами в отмеченных точках, что каждая отмеченная точка является концом ровно одной из этих хорд. Назовём паросочетание *чётным*, если количество точек, в которых пересекаются его хорды, чётно, и *нечётным* иначе. Найдите разность между количеством чётных и нечётных паросочетаний.