

1. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Точка O_1 симметрична O относительно AD и лежит на описанной окружности четырёхугольника. Докажите, что O_1O — биссектриса угла BO_1C .

2. В равнобедренном треугольнике ABC из середины основания AB к боковой стороне AC проведен отрезок DE — биссектриса угла ADC . Из точки E на боковую сторону BC опущена высота EF . Докажите, что отрезок FD является биссектрисой угла EFB .

3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Пусть I, I_1 и I_2 — центры вписанных окружностей треугольников ABC, ACH и BCH соответственно. Докажите, что CI перпендикулярно I_1I_2 .

4. С помощью линейки, на которой отмечен единичный отрезок, проведите прямую, перпендикулярную данной.

5. В треугольнике ABC угол B равен 120 . Пусть A_1, B_1, C_1 — основания биссектрис. Докажите, что угол $A_1B_1C_1$ прямой.

6. В параллелограмме $ABCD$ опустили перпендикуляр BH на сторону AD . На отрезке BH отметили точку M , равноудаленную от точек C и D . Пусть K — середина AB . Докажите, что угол MKD прямой.

7. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные сторонам CD и BC соответственно. Докажите, что эти прямые пересекаются на AC .

8. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина CD . Через точку C провели прямую, перпендикулярную прямой BM , а через точку M — прямую, перпендикулярную диагонали BD . Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой AD .

9. В треугольнике ABC на биссектрисе AA_1 выбрана точка O так, что $\angle OBC = \angle A + \angle C$. Пусть B_1 и C_1 — точки пересечения прямых BO и CO со сторонами AC и AB соответственно. Докажите, что $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$.

1. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . Точка O_1 симметрична O относительно AD и лежит на описанной окружности четырёхугольника. Докажите, что O_1O — биссектриса угла BO_1C .

2. В равнобедренном треугольнике ABC из середины основания AB к боковой стороне AC проведен отрезок DE — биссектриса угла ADC . Из точки E на боковую сторону BC опущена высота EF . Докажите, что отрезок FD является биссектрисой угла EFB .

3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CH . Пусть I, I_1 и I_2 — центры вписанных окружностей треугольников ABC, ACH и BCH соответственно. Докажите, что CI перпендикулярно I_1I_2 .

4. С помощью линейки, на которой отмечен единичный отрезок, проведите прямую, перпендикулярную данной.

5. В треугольнике ABC угол B равен 120 . Пусть A_1, B_1, C_1 — основания биссектрис. Докажите, что угол $A_1B_1C_1$ прямой.

6. В параллелограмме $ABCD$ опустили перпендикуляр BH на сторону AD . На отрезке BH отметили точку M , равноудаленную от точек C и D . Пусть K — середина AB . Докажите, что угол MKD прямой.

7. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные сторонам CD и BC соответственно. Докажите, что эти прямые пересекаются на AC .

8. В прямоугольнике $ABCD$ точка M — середина CD . Через точку C провели прямую, перпендикулярную прямой BM , а через точку M — прямую, перпендикулярную диагонали BD . Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой AD .

9. В треугольнике ABC на биссектрисе AA_1 выбрана точка O так, что $\angle OBC = \angle A + \angle C$. Пусть B_1 и C_1 — точки пересечения прямых BO и CO со сторонами AC и AB соответственно. Докажите, что $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$.