Убегающие — **Инвариант** — 2 декабря 2016

1. В центре каждой клетки шахматной доски стоит по фишке. Фишки переставили так, что попарные расстояния между ними не уменьшились. Докажите, что в действительности попарные расстояния не изменились.

2. На прямой стоят две фишки, слева — красная, справа — синяя. Разрешается производить следующую операцию: вставка двух фишек одного цвета подряд в любом месте прямой и удаление любых двух соседних одноцветных фишек. Можно ли за конечное число операций оставить на прямой ровно две фишки: красную справа, а синюю слева?

3. Фишка ходит по квадратной доске, каждым своим ходом сдвигаясь либо на клетку вверх, либо на клетку вправо, либо по диагонали внизвлево. Может ли она обойти всю доску, побывав на всех полях по одному разу, и закончить на поле, соседнем справа от исходного?

4. На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \ldots, \frac{1}{n}$. Разрешается стереть любые два числа a и b и заменить их на число $ab+a+b$. Какое число останется после $n-1$ такой операции?

5. Ножки циркуля находятся в узлах бесконечного листа клетчатой бумаги, клетки которого — квадраты со стороной 1. Разрешается, не меняя раствора циркуля, поворотом вокруг одной из его ножек перемещать вторую ножку в другой узел на листе. Можно ли за несколько таких операций поменять ножки циркуля местами.

6. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске как обычная шахматная ладья. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в ее цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра- хамелеона кладут на черную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить ее в шахматном порядке?

7. На окружности имеются синие и красные точки. Разрешается добавить красную точку и поменять цвета ее соседей, а так же убрать красную точку и изменить цвета ее бывших соседей. Пусть первоначально было две красные точки. Доказать, что за несколько разрешенных операций нельзя получить картину, состоящую из двух синих точек.

Убегающие — **Инвариант** — 2 декабря 2016

1. В центре каждой клетки шахматной доски стоит по фишке. Фишки переставили так, что попарные расстояния между ними не уменьшились. Докажите, что в действительности попарные расстояния не изменились.

2. На прямой стоят две фишки, слева — красная, справа — синяя. Разрешается производить следующую операцию: вставка двух фишек одного цвета подряд в любом месте прямой и удаление любых двух соседних одноцветных фишек. Можно ли за конечное число операций оставить на прямой ровно две фишки: красную справа, а синюю слева?

3. Фишка ходит по квадратной доске, каждым своим ходом сдвигаясь либо на клетку вверх, либо на клетку вправо, либо по диагонали внизвлево. Может ли она обойти всю доску, побывав на всех полях по одному разу, и закончить на поле, соседнем справа от исходного?

4. На доске выписаны числа $1, \frac{1}{2}, \ldots, \frac{1}{n}$. Разрешается стереть любые два числа a и b и заменить их на число $ab+a+b$. Какое число останется после $n-1$ такой операции?

5. Ножки циркуля находятся в узлах бесконечного листа клетчатой бумаги, клетки которого — квадраты со стороной 1. Разрешается, не меняя раствора циркуля, поворотом вокруг одной из его ножек перемещать вторую ножку в другой узел на листе. Можно ли за несколько таких операций поменять ножки циркуля местами.

6. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске как обычная шахматная ладья. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в ее цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра- хамелеона кладут на черную доску размерами 8×8 клеток. Сможет ли он раскрасить ее в шахматном порядке?

7. На окружности имеются синие и красные точки. Разрешается добавить красную точку и поменять цвета ее соседей, а так же убрать красную точку и изменить цвета ее бывших соседей. Пусть первоначально было две красные точки. Доказать, что за несколько разрешенных операций нельзя получить картину, состоящую из двух синих точек.