Убегающие **Комбинаторный разнобой** 9 ноября 2016

1. В комнате было несколько человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, причем как рыцарей, так и лжецов было не меньше, чем по двое. Каждый присутствующий указал на каждого из оставшихся и произнес: “Ты — рыцарь!” или “Ты — лжец!”. Высказываний “Ты — лжец!” было ровно 30. Сколько людей было в комнате?

2. Какое максимальное число шашек можно расставить на доске 8x8 так, чтобы каждая была под боем? (Если поля X, Y, Z стоят одно за другим по диагонали, шашка a стоит на X, b на Y, и поле Z свободно, то шашка b под боем).

3. За круглым столом были приготовлены 12 мест для жюри с указанием имени на каждом месте. Председатель, пришедший первым, по рассеянности сел не на свое, а на следующее по часовой стрелке место. Каждый член жюри, подходивший к столу после этого, занимал свое место или, если оно уже было занято, шел вокруг стола по часовой стрелке и садился на первое свободное место. Возникшее расположение членов жюри зависит от того, в каком порядке они подходили к столу. Сколько может возникнуть различных способов рассадки жюри?

4. У Игоря и Вали есть по белому квадрату 8x8, разбитому на клетки 1x1. Они закрасили по одинаковому числу клеток на своих квадратах в синий цвет. Докажите, что удастся так разрезать эти квадраты на доминошки 2x1, что и из доминошек Игоря и из доминошек Вали можно будет сложить по квадрату 8x8 с одной и той же синей картинкой.

5. Саша выставляет на пустую шахматную доску ладьи: первую - куда захочет, а каждую следующую ставит так, чтобы она побила нечетное число ранее выставленных ладей. Какое наибольшее число ладей он сможет так выставить?

6. В ряд стоят 23 коробочки с шариками, причем для любого числа n от 1 до 23 есть коробочка, в которой ровно n шариков. За одну операцию можно переложить в любую коробочку еще столько же шариков, сколько в ней уже есть, из какой-нибудь другой коробочки, в которой шариков больше. Всегда ли можно такими операциями добиться, чтобы в первой коробочке оказался 1 шарик, во второй — 2 шарика, и так далее, в 23-й — 23 шарика?

7. Фокуснику завязывают глаза, а зритель выкладывает в ряд N одинаковых монет, сам выбирая, какие – орлом вверх, а какие – решкой. Ассистент фокусника просит зрителя написать на листе бумаги любое целое число от 1 до N и показать его всем присутствующим. Увидев число, ассистент указывает зрителю на одну из монет ряда и просит перевернуть ее. Затем фокуснику развязывают глаза, он смотрит на ряд монет и безошибочно определяет написанное зрителем число.

a). Докажите, что если у фокусника с ассистентом есть способы, позволяющие фокуснику гарантированно отгадывать число для N , то есть способ и для $2N$.

b). Найдите все значения N, для которых у фокусника с ассистентом есть способ.

Убегающие **Комбинаторный разнобой** 9 ноября 2016

1. В комнате было несколько человек: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут, причем как рыцарей, так и лжецов было не меньше, чем по двое. Каждый присутствующий указал на каждого из оставшихся и произнес: “Ты — рыцарь!” или “Ты — лжец!”. Высказываний “Ты — лжец!” было ровно 30. Сколько людей было в комнате?

2. Какое максимальное число шашек можно расставить на доске 8x8 так, чтобы каждая была под боем? (Если поля X, Y, Z стоят одно за другим по диагонали, шашка a стоит на X, b на Y, и поле Z свободно, то шашка b под боем).

3. За круглым столом были приготовлены 12 мест для жюри с указанием имени на каждом месте. Председатель, пришедший первым, по рассеянности сел не на свое, а на следующее по часовой стрелке место. Каждый член жюри, подходивший к столу после этого, занимал свое место или, если оно уже было занято, шел вокруг стола по часовой стрелке и садился на первое свободное место. Возникшее расположение членов жюри зависит от того, в каком порядке они подходили к столу. Сколько может возникнуть различных способов рассадки жюри?

4. У Игоря и Вали есть по белому квадрату 8x8, разбитому на клетки 1x1. Они закрасили по одинаковому числу клеток на своих квадратах в синий цвет. Докажите, что удастся так разрезать эти квадраты на доминошки 2x1, что и из доминошек Игоря и из доминошек Вали можно будет сложить по квадрату 8x8 с одной и той же синей картинкой.

5. Саша выставляет на пустую шахматную доску ладьи: первую - куда захочет, а каждую следующую ставит так, чтобы она побила нечетное число ранее выставленных ладей. Какое наибольшее число ладей он сможет так выставить?

6. В ряд стоят 23 коробочки с шариками, причем для любого числа n от 1 до 23 есть коробочка, в которой ровно n шариков. За одну операцию можно переложить в любую коробочку еще столько же шариков, сколько в ней уже есть, из какой-нибудь другой коробочки, в которой шариков больше. Всегда ли можно такими операциями добиться, чтобы в первой коробочке оказался 1 шарик, во второй — 2 шарика, и так далее, в 23-й — 23 шарика?

7. Фокуснику завязывают глаза, а зритель выкладывает в ряд N одинаковых монет, сам выбирая, какие – орлом вверх, а какие – решкой. Ассистент фокусника просит зрителя написать на листе бумаги любое целое число от 1 до N и показать его всем присутствующим. Увидев число, ассистент указывает зрителю на одну из монет ряда и просит перевернуть ее. Затем фокуснику развязывают глаза, он смотрит на ряд монет и безошибочно определяет написанное зрителем число.

a). Докажите, что если у фокусника с ассистентом есть способы, позволяющие фокуснику гарантированно отгадывать число для N , то есть способ и для $2N$.

b). Найдите все значения N, для которых у фокусника с ассистентом есть способ.