

Комбинаторная геометрия

1. На плоскости даны n точек. Расстояние между любыми двумя из них не превосходит единицы. Докажите, что все n точек можно накрыть квадратом 1×1 .
2. Докажите, что среди любых пяти точек, не лежащих на одной прямой, можно выбрать четыре, являющиеся вершинами выпуклого четырехугольника.
3. Выпуклый многоугольник A лежит внутри выпуклого многоугольника B . Может ли оказаться, что периметр A больше периметра B ?
4. Несколько прямых общего положения разбивают плоскость на части. Докажите, что хотя бы одна из этих частей — угол.
5. На плоскости дано несколько правильных n -угольников. Докажите, что выпуклая оболочка их вершин имеет не менее n углов.
6. На плоскости отмечены n точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Петя Торт разбивает точки на пары, после чего соединяет точки в каждой из пар отрезком. Всегда ли он может это сделать так, чтобы каждые два отрезка пересекались, если
 1. $n = 4$?
 2. $n = 100$?
7. На плоскости дано $n > 4$ точек. Известно, что любые 4 из них являются вершинами выпуклого четырехугольника. Докажите, что эти n точек являются вершинами выпуклого n -угольника.