

Планиметрия-2

1. Ромб и равнобокая трапеция описаны около одного круга и имеют равную площадь. Сравните их острые углы.
2. Сторону AB треугольника ABC продолжили за вершину B и выбрали на луче AB точку A_1 так, что точка B — середина отрезка AA_1 . Аналогично сторону BC продолжили за вершину C и отметили на продолжении точку B_1 так, что C — середина BB_1 . Так же продолжили сторону CA за вершину A и отметили на продолжении точку C_1 так, что A — середина CC_1 . Найдите площадь треугольника $A_1B_1C_1$, если площадь треугольника ABC равна 1.
3. В треугольнике ABC середины сторон AC и BC , вершина C и точка пересечения медиан лежат на одной окружности. Найдите длину стороны AB , если длина медианы треугольника ABC , проведенной из вершины C , равна m .
4. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка K , а на стороне AC — точка M . Отрезки BM и CK пересекаются в точке P . Оказалось, что углы APB , BPC , CPA равны по 120° , а площадь четырехугольника $AKPM$ равна площади треугольника BPC . Найдите угол BAC .
5. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника AMN является точкой пересечения высот треугольника ABC . Найдите угол ABC .
6. Точка M — середина хорды AB некоторой окружности. Хорда CD пересекает AB в точке M . На CD как на диаметре построена полуокружность. Точка E лежит на этой полуокружности, и ME — перпендикуляр к CD . Найдите угол AEB .
7. Дан треугольник ABC , в котором $AC = \frac{AB+BC}{2}$. Докажите, что центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC , середины сторон AB и BC и вершина B лежат на одной окружности.
8. Дан остроугольный треугольник ABC . Окружности с центрами A и C проходят через точку B , вторично пересекаются в точке F и пересекают описанную около треугольника ABC окружность ω в точках D и E . Отрезок BF пересекает окружность ω в точке O . Докажите, что O — центр описанной окружности треугольника DEF .