

**Геометрия**

9-11 класс

04.03.2017

1. На стороне  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $E$  так, что  $AB = BE$ . На луче  $AE$  выбрана точка  $F$  так, что  $BE \parallel CF$ . Докажите, что треугольник  $ADF$  — равнобедренный.
2. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ . Оказалось, что  $\angle AMB = 45^\circ$ . На отрезке  $BM$  выбрана точка  $K$  такая, что  $AB = KC$ . Найдите  $AC : BK$ .
3. На боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  выбраны точки  $X$  и  $Z$  соответственно. Отрезки  $CX$  и  $BZ$  пересекаются в точке  $Y$ . Оказалось, что пятиугольник  $AXYZD$  — вписанный. Докажите, что  $AY = DY$ .
4. В четырёхугольнике  $ABCD$  диагональ  $AC$  является биссектрисой угла  $DAB$  и  $\angle ADC = \angle ACB$ . Пусть  $X$  и  $Y$  — основания перпендикуляров, опущенных из точки  $A$  на отрезки  $BC$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что точка пересечения высот треугольника  $AXY$  лежит на  $BD$ .
5. Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . На прямой, проходящей через точку  $A$  параллельно  $BC$ , выбрана точка  $D$  так, что  $\angle CMD = 90^\circ$ . Площадь четырёхугольника  $AMCD$  равна  $S$ . Докажите, что  $AB \cdot CD \geq 2S$ .

**Геометрия**

9-11 класс

04.03.2017

1. На стороне  $CD$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $E$  так, что  $AB = BE$ . На луче  $AE$  выбрана точка  $F$  так, что  $BE \parallel CF$ . Докажите, что треугольник  $ADF$  — равнобедренный.
2. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ . Оказалось, что  $\angle AMB = 45^\circ$ . На отрезке  $BM$  выбрана точка  $K$  такая, что  $AB = KC$ . Найдите  $AC : BK$ .
3. На боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  выбраны точки  $X$  и  $Z$  соответственно. Отрезки  $CX$  и  $BZ$  пересекаются в точке  $Y$ . Оказалось, что пятиугольник  $AXYZD$  — вписанный. Докажите, что  $AY = DY$ .
4. В четырёхугольнике  $ABCD$  диагональ  $AC$  является биссектрисой угла  $DAB$  и  $\angle ADC = \angle ACB$ . Пусть  $X$  и  $Y$  — основания перпендикуляров, опущенных из точки  $A$  на отрезки  $BC$  и  $CD$  соответственно. Докажите, что точка пересечения высот треугольника  $AXY$  лежит на  $BD$ .
5. Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . На прямой, проходящей через точку  $A$  параллельно  $BC$ , выбрана точка  $D$  так, что  $\angle CMD = 90^\circ$ . Площадь четырёхугольника  $AMCD$  равна  $S$ . Докажите, что  $AB \cdot CD \geq 2S$ .