Геометрия

9-11 класс

10.12.2016

1. Окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке M, а продолжений сторон AB и AC – в точках N и P соотвественно. Вписанная в этот треугольник окружность касается стороны BC в точке K, а стороны AB – в точке L. Докажите, что а) отрезок AN равен полупериметру треугольника ABC; б) $BK = CM$; в) $NL = BC$.

2. Докажите, что в треугольнике ABC точка D на стороне AC, для которой выполнено равенство $AB+CD = BC+DA$, – это точка касания вписанной окружности со стороной AC.

3. На сторонах AB и BC остроугольного треугольника ABC выбраны точки C_1 и A_1 соответственно. Точка O – пересечение прямых AA_1 и CC_1. Оказалось, что в четырехугольник OA_1BC_1 можно вписать окружность.
а) Докажите, что $AC_1 + C_1C = AA_1 + A_1C$. Верно ли обратное утверждение?
б) Докажите, что $AO + BC = CO + AB$. Верно ли обратное утверждение?

4. а) Пусть X является точкой касания вписанной окружности треугольника ABC со стороной BC. Докажите, что вписанные окружности треугольников ABX и ACX касаются.
б) Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для вневписанных окружностей.

5. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка D. В треугольники ABD и ACD вписаны окружности. К ним проведена общая касательная (отличная от BC), пересекающая AD в точке K. Докажите, что длина отрезка AK не зависит от выбора точки D.

6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках P и Q соответственно. Вневписанная окружность, касающаяся стороны AB и продолжений сторон BC и AC, касается продолжения стороны AC в точке R. Докажите, что точки P, Q и R лежат на одной прямой.

Школа №444

Геометрия

9-11 класс

10.12.2016

1. Окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке M, а продолжений сторон AB и AC – в точках N и P соотвественно. Вписанная в этот треугольник окружность касается стороны BC в точке K, а стороны AB – в точке L. Докажите, что а) отрезок AN равен полупериметру треугольника ABC; б) $BK = CM$; в) $NL = BC$.

2. Докажите, что в треугольнике ABC точка D на стороне AC, для которой выполнено равенство $AB+CD = BC+DA$, – это точка касания вписанной окружности со стороной AC.

3. На сторонах AB и BC остроугольного треугольника ABC выбраны точки C_1 и A_1 соответственно. Точка O – пересечение прямых AA_1 и CC_1. Оказалось, что в четырехугольник OA_1BC_1 можно вписать окружность.
а) Докажите, что $AC_1 + C_1C = AA_1 + A_1C$. Верно ли обратное утверждение?
б) Докажите, что $AO + BC = CO + AB$. Верно ли обратное утверждение?

4. а) Пусть X является точкой касания вписанной окружности треугольника ABC со стороной BC. Докажите, что вписанные окружности треугольников ABX и ACX касаются.
б) Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для вневписанных окружностей.

5. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка D. В треугольники ABD и ACD вписаны окружности. К ним проведена общая касательная (отличная от BC), пересекающая AD в точке K. Докажите, что длина отрезка AK не зависит от выбора точки D.

6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках P и Q соответственно. Вневписанная окружность, касающаяся стороны AB и продолжений сторон BC и AC, касается продолжения стороны AC в точке R. Докажите, что точки P, Q и R лежат на одной прямой.