

## Про графы

9-11 класс

15.10.2016

1. Из полного 100-вершинного графа выкинули 98 ребер. Доказать, что он остался связным.
2. Докажите, что в любом графе есть две вершины одинаковой степени.
3. На контрольной каждый из  $N$  школьников решил ровно 2 задачи, а каждую задачу решило ровно 2 школьника. Докажите, что можно так организовать разбор задач, чтобы каждый школьник выступил по одному разу, рассказав одну из решенных им задач, и чтобы каждая задача была рассказана по одному разу.
4. В неизвестной стране из города Столичный выходит 21 дорога, а из города Дальний — ровно одна. Из остальных городов выходит по 20 дорог. Докажите, что Дальнего города можно попасть в Столичный.
5. Можно ли расставить 777 шахматных коней на доске  $2016 \times 2016$  так, чтобы каждый из них бил ровно 4 других?
6. Докажите, что в группе из десяти человек можно выбрать либо четверых попарно знакомых (всего шесть знакомств между ними), либо трех попарно незнакомых.
7. В стране любые два города соединены одной авиалинией, принадлежащей одной из двух авиакомпаний. Докажите, что можно закрыть все линии одной из авиакомпаний так, чтобы из каждого города можно было долететь до каждого.

## Про графы

9-11 класс

15.10.2016

1. Из полного 100-вершинного графа выкинули 98 ребер. Доказать, что он остался связным.
2. Докажите, что в любом графе есть две вершины одинаковой степени.
3. На контрольной каждый из  $N$  школьников решил ровно 2 задачи, а каждую задачу решило ровно 2 школьника. Докажите, что можно так организовать разбор задач, чтобы каждый школьник выступил по одному разу, рассказав одну из решенных им задач, и чтобы каждая задача была рассказана по одному разу.
4. В неизвестной стране из города Столичный выходит 21 дорога, а из города Дальний — ровно одна. Из остальных городов выходит по 20 дорог. Докажите, что Дальнего города можно попасть в Столичный.
5. Можно ли расставить 777 шахматных коней на доске  $2016 \times 2016$  так, чтобы каждый из них бил ровно 4 других?
6. Докажите, что в группе из десяти человек можно выбрать либо четверых попарно знакомых (всего шесть знакомств между ними), либо трех попарно незнакомых.
7. В стране любые два города соединены одной авиалинией, принадлежащей одной из двух авиакомпаний. Докажите, что можно закрыть все линии одной из авиакомпаний так, чтобы из каждого города можно было долететь до каждого.