

Признаки делимости

Группа 6-2

22.10.2016

1. (a) Сформулируйте и докажите признак делимости на 4.
(b) Сформулируйте и докажите признак делимости на 25.
(c) Сформулируйте и докажите признак делимости на 2^k и на 5^k .
2. Дома у Олега есть сейф, но кода он не знает. Бабушка рассказала Олегу, что код состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А дедушка — что код делится и на 3, и на 4. Сможет ли Олег с первой попытки открыть сейф?
3. Число $\overline{42X4Y}$ делится на 72. Найти его цифры X и Y .
4. Вася написал на доске пример на умножение двух двузначных чисел, а затем заменил в нем все цифры на буквы, причём одинаковые цифры — на одинаковые буквы, а разные — на разные. В итоге у него получилось
(a) $AB \times CD = EFFF$.
(b) $AB \times CD = EFFE$.
Докажите, что он где-то ошибся.
5. На доске были написаны 10 последовательных натуральных чисел. Когда стёрли одно из них, то сумма девяти оставшихся оказалась равна 2002. Какие числа остались на доске?
6. Признак делимости на 11 звучит так: число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммой цифр на чётных местах и суммой цифр на нечётных местах делится на 11.
Например, рассмотрим число: 142536790. Посчитаем описанную выше разность, получается: $(4 + 5 + 6 + 9) - (1 + 2 + 3 + 7 + 0) = 11$. Из чего можно сделать вывод, что первоначальное число делится на 11.
(a) Докажите признак делимости на 11 для четырехзначных чисел.
(b) Докажите, что число вида $100 \dots 01$ с чётным числом нулей всегда делится на 11.
(c) Докажите признак делимости на 11.
7. A — шестизначное число, в записи которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6. Докажите, что A не делится на 11.