

Принцип крайнего

Группа 6-1
28.01.2017

1. (а) По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
(б) По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.
2. (а) На шахматной доске стоят несколько ладей. Обязательно ли найдется ладья, бьющая не более двух других? (Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
(б) Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими своими концами упирался строго внутрь каких-то двух других отрезков?
3. В космическом пространстве летают 2011 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.
4. В стране есть несколько городов. Сумасшедший путешественник едет из города А в самый далекий от него город В. Затем едет в самый далекий от В город С и так далее. Докажите, что если город С не совпадает с городом А, то путешественник никогда не вернется обратно в город А.
5. На плоскости синим и красным цветом окрашено несколько точек так, что никакие три точки одного цвета не лежат на одной прямой (точек каждого цвета не менее трех). Докажите, что можно найти треугольник с одноцветными вершинами, на трех сторонах которого лежит не более двух точек другого цвета.
6. В команде сторожей у каждого есть разряд (натуральное число). Сторож N-го разряда N суток дежурит, потом N суток спит, снова N суток дежурит, N – спит, и так далее. Известно, что разряды любых двух сторожей различаются хотя бы в три раза. Может ли такая команда осуществлять ежедневное дежурство? (Приступить к дежурству сторожа могут не одновременно, в один день могут дежурить несколько сторожей.)

Принцип крайнего

Группа 6-2
28.01.2017

1. Несколько ученых переехали из страны А в страну В. Мог ли в результате средний IQ (коэффициент интеллекта) в обеих странах увеличиться?
2. Можно ли в вершинах кубика расставить числа от 1 до 8 так, чтобы разность любых двух соседних по ребру чисел была не больше двух? (Из большего вычитаем меньшее.)
3. Шахматная доска разбита на домино. Докажите, что найдется пара домино, образующая квадрат из 4 клеток.
4. (а) По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.
(б) По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.
5. (а) На шахматной доске стоят несколько ладей. Обязательно ли найдется ладья, бьющая не более двух других? (Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
(б) Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими своими концами упирался строго внутрь каких-то двух других отрезков?
6. В космическом пространстве летают 2011 астероидов, на каждом из которых сидит астроном. Все расстояния между астероидами различны. Каждый астроном наблюдает за ближайшим астероидом. Докажите, что за одним из астероидов никто не наблюдает.