

## Десятичная запись числа

Группа 6-1

15.10.2016

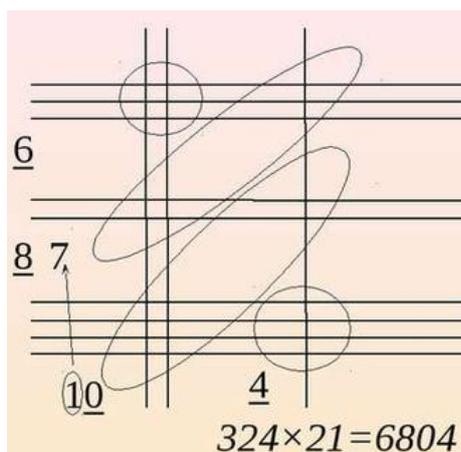
1. (a) Сумма цифр  $a$  и  $b$  равна 7. Докажите, что число вида  $\overline{aba}$  делится на 7.  
(b) Сумма цифр  $a$  и  $b$  равна 7. Докажите, что число вида  $\overline{aab0b}$  делится на 7.
2. Докажите, что число вида  $\overline{abcabc}$  всегда делится на 13.
3. Сформулируйте и докажите признак делимости на 9  
(a) для трехзначных чисел;  
(b) для произвольных чисел.
4. Есть быстрый способ посчитать квадрат числа, оканчивающегося на цифру 5. Например, наши действия при возведении в квадрат 75:
  - Отбрасываем у числа последнюю цифру, получаем 7;
  - Умножаем получившееся число на следующее натуральное число и записываем результат, получаем  $7 \times 8 = 56$ ;
  - Приписываем справа 25, получаем 5625;
  - $75^2 = 5625$ . Profit!

Докажите этот факт для произвольного числа, оканчивающегося на 5.

5. Есть быстрый способ посчитать произведение двузначных чисел. Например, наши действия при перемножении 92 на 89:
  - Вычисляем, на сколько числа меньше 100, получаем  $100 - 92 = 8$  и  $100 - 89 = 11$ ;
  - Вычитаем из 100 сумму полученных чисел, получаем  $100 - 8 - 11 = 81$ ;
  - Считаем произведение полученных чисел  $8 \times 11 = 88$  и приписываем справа;
  - Получаем  $92 \times 89 = 8188$ . Profit!

Для каких двузначных чисел работает такой вариант быстрого счета и почему?

6. На картинке изображен пример применения быстрого китайского умножения. Сформулируйте его и докажите для произвольных чисел.



7. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 99, в десятичной записи которого участвуют только чётные цифры.