

Делимость.

1. Олег перемножил какие-то 7 подряд идущих чисел. Верно ли, что у него получилось число, оканчивающееся хотя бы на один ноль? А ровно на один ноль?
2. Докажите, что число $\overline{ab} + \overline{ba}$ делится на 11.
3. (а) Число $a+1$ делится на 3. Докажите, что $4+7a$ делится на 3. (б) $2+a$ и $35-b$ делятся на 11. Докажите, что $a+b$ делится на 11.
4. Пусть p и q — разные простые числа. Сколько делителей имеют числа а) pq , б) p^2 , в) p^4q^5 ?
5. Количество различных делителей некоего натурального числа нечетно. Докажите, что это число — полный квадрат.
6. Илья хочет поиграть на компьютере, но пароля он не знает. Мама рассказала Илье, что пароль состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А папа — что пароль делится и на 3, и на 4. Сможет ли Илья с первой попытки ввести правильный пароль, если как следует подумает?
7. Натуральное число можно умножать на два и произвольным образом переставлять в нем цифры. Можно ли превратить число 1 в 846 с помощью таких операций?
8. Может ли число, записанное 10 нулями, 10 единицами и 10 двойками (в каком-то порядке) быть точным квадратом?
9. (а) На сколько нулей заканчивается число $2000!$? (Напоминание: $n!$ это произведение всех натуральных чисел от 1 до n .) (б) А может ли число $n!$ оканчиваться ровно 5 нулями?

Делимость.

1. Олег перемножил какие-то 7 подряд идущих чисел. Верно ли, что у него получилось число, оканчивающееся хотя бы на один ноль? А ровно на один ноль?
2. Докажите, что число $\overline{ab} + \overline{ba}$ делится на 11.
3. (а) Число $a+1$ делится на 3. Докажите, что $4+7a$ делится на 3. (б) $2+a$ и $35-b$ делятся на 11. Докажите, что $a+b$ делится на 11.
4. Пусть p и q — разные простые числа. Сколько делителей имеют числа а) pq , б) p^2 , в) p^4q^5 ?
5. Количество различных делителей некоего натурального числа нечетно. Докажите, что это число — полный квадрат.
6. Илья хочет поиграть на компьютере, но пароля он не знает. Мама рассказала Илье, что пароль состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А папа — что пароль делится и на 3, и на 4. Сможет ли Илья с первой попытки ввести правильный пароль, если как следует подумает?
7. Натуральное число можно умножать на два и произвольным образом переставлять в нем цифры. Можно ли превратить число 1 в 846 с помощью таких операций?
8. Может ли число, записанное 10 нулями, 10 единицами и 10 двойками (в каком-то порядке) быть точным квадратом?
9. (а) На сколько нулей заканчивается число $2000!$? (Напоминание: $n!$ это произведение всех натуральных чисел от 1 до n .) (б) А может ли число $n!$ оканчиваться ровно 5 нулями?