Вспоминаем НОД.

1. Число a состоит из m единиц, а число b — из n единиц. Найдите их НОД, если (а)m = 5, n = 20; (б) m = 12, n = 66; (в) для произвольных m и n.

2. Найдите НОД(11! - 20, 10! - 20).

3. Докажите, что

   (а) НОД$(2^{30} - 1, 2^{24} - 1) = 2^6 - 1$;

   (б) если НОД(a, b)=d, то НОД$(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^d - 1$.

4. При каких условиях уравнение в целых числах ax + by = c имеет решение?

5. Натуральные числа m и n таковы, что НОК(m, n) + НОД(m, n) = m + n. Докажите, что одно из чисел m, n делится на другое.

6. Натуральные числа a и b взаимно просты. Докажите, что НОД$(a + b, a^2 + b^2)$ равен 1 или 2.

7. Пусть натуральное число n таково, что НОД(n, n+1) < НОД(n, n+2) < ... < НОД(n, n+35). Докажите, что НОД(n, n+35) < НОД(n, n+36).

8. Докажите, что для любых натуральных чисел k, m, n справедливо неравенство

   НОК(k, m))*НОК(m, n)*НОК(n, k) $\geqslant$ НОК$(k, m, n)^2$.

9. (a) Докажите, что если для некоторых натуральных чисел верно НОК(a, a+5) = НОК(b, b+5), то a=b. (b) Может ли для каких-то натуральных чисел $a \neq b$ и c выполняться равенство НОК(a, a+c)=НОК(b, b+c)?

10. НОД(m,n)=1. Найдите наибольшее возможное значение НОД(m+2000n, n+2000m).

Вспоминаем НОД.

1. Число a состоит из m единиц, а число b — из n единиц. Найдите их НОД, если (a)m = 5, n = 20; (б) m = 12, n = 66; (в) для произвольных m и n.

2. Найдите НОД(11! - 20, 10! - 20).

3. Докажите, что

   (a) НОД$(2^{30} - 1, 2^{24} - 1) = 2^6 - 1$;

   (б) если НОД(a, b)=d, то НОД$(2^a - 1, 2^b - 1) = 2^d - 1$.

4. При каких условиях уравнение в целых числах ax + by = c имеет решение?

5. Натуральные числа m и n таковы, что НОК(m, n) + НОД(m, n) = m + n. Докажите, что одно из чисел m, n делится на другое.

6. Натуральные числа a и b взаимно просты. Докажите, что НОД$(a + b, a^2 + b^2)$ равен 1 или 2.

7. Пусть натуральное число n таково, что НОД(n, n+1) < НОД(n, n+2) < ... < НОД(n, n+35). Докажите, что НОД(n, n+35) < НОД(n, n+36).

8. Докажите, что для любых натуральных чисел k, m, n справедливо неравенство

   НОК(k, m))*НОК(m, n)*НОК(n, k) $\geqslant$ НОК$(k, m, n)^2$.

9. (a) Докажите, что если для некоторых натуральных чисел верно НОК(a, a+5) = НОК(b, b+5), то a=b. (b) Может ли для каких-то натуральных чисел $a \neq b$ и c выполняться равенство НОК(a, a+c)=НОК(b, b+c)?

10. НОД(m,n)=1. Найдите наибольшее возможное значение НОД(m+2000n, n+2000m).