

Дискретная непрерывность — 2.

1. На плоскости отмечены 10000 точек.
 - а) Докажите, что найдётся окружность, внутри которой лежат ровно 2013 отмеченных точек.
 - б) Верно ли, что найдётся такая окружность с центром в фиксированной точке O ?
 - в) Верно ли, что найдётся такая окружность радиуса 2013?
 - г*) Верно ли, что найдётся такая окружность целого радиуса?
2. а) В клетках доски размером 100×100 произвольным образом расположено 1000 шашек. Докажите, что доску можно разрезать по границам клеток на две части с равным количеством шашек.
б) Докажите, что это можно сделать, разрезав доску на равные части. (Равенство частей в данном случае понимается как равенство фигур.)
3. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся точки разного цвета на расстоянии 1.
4. На окружности длины 1 дано 25 точек. Докажите, что найдётся дуга длины 0.4 внутри которой ровно 10 отмеченных точек.
5. Пусть на плоскости расположены $2n$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Назовём медианой этого множества точек прямую, проходящую ровно через две из них, по обе стороны от которой находится одинаковое количество точек. Какое наименьшее количество медиан может иметь это множество?
6. В Москве 7 высоток. Турист-математик хочет найти такую точку, из которой эти высотки видны в заданном порядке (начиная с МГУ, по часовой стрелке). Всегда ли ему удастся это сделать?
7. Вершины пятидесятиугольника делят окружность на 50 дуг, длины которых равны числам 1, 2, 3, ..., 50, взятым в каком-то порядке. Каждая пара противоположных дуг (соответствующих противоположным сторонам 50-угольника) отличается по длине на 25. Докажите, что у пятидесятиугольника найдётся пара параллельных сторон.
8. На плоскости даны $4n$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Верно ли, что найдутся две пересекающиеся прямые такие, что в каждой из четырёх частей, на которые они делят плоскость, лежит ровно n точек?

Дискретная непрерывность — 2.

1. На плоскости отмечены 10000 точек.
 - а) Докажите, что найдётся окружность, внутри которой лежат ровно 2013 отмеченных точек.
 - б) Верно ли, что найдётся такая окружность с центром в фиксированной точке O ?
 - в) Верно ли, что найдётся такая окружность радиуса 2013?
 - г*) Верно ли, что найдётся такая окружность целого радиуса?
2. а) В клетках доски размером 100×100 произвольным образом расположено 1000 шашек. Докажите, что доску можно разрезать по границам клеток на две части с равным количеством шашек.
б) Докажите, что это можно сделать, разрезав доску на равные части. (Равенство частей в данном случае понимается как равенство фигур.)
3. Плоскость раскрашена в два цвета. Докажите, что найдутся точки разного цвета на расстоянии 1.
4. На окружности длины 1 дано 25 точек. Докажите, что найдётся дуга длины 0.4 внутри которой ровно 10 отмеченных точек.
5. Пусть на плоскости расположены $2n$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Назовём медианой этого множества точек прямую, проходящую ровно через две из них, по обе стороны от которой находится одинаковое количество точек. Какое наименьшее количество медиан может иметь это множество?
6. В Москве 7 высоток. Турист-математик хочет найти такую точку, из которой эти высотки видны в заданном порядке (начиная с МГУ, по часовой стрелке). Всегда ли ему удастся это сделать?
7. Вершины пятидесятиугольника делят окружность на 50 дуг, длины которых равны числам 1, 2, 3, ..., 50, взятым в каком-то порядке. Каждая пара противоположных дуг (соответствующих противоположным сторонам 50-угольника) отличается по длине на 25. Докажите, что у пятидесятиугольника найдётся пара параллельных сторон.
8. На плоскости даны $4n$ точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Верно ли, что найдутся две пересекающиеся прямые такие, что в каждой из четырёх частей, на которые они делят плоскость, лежит ровно n точек?