

ФАКУЛЬТАТИВ 7. КОМБИНАТОРИКА—2.

1. Сколько существует трехзначных номеров, не содержащих цифры 8?

Имеется k мест: 1-е, 2-е, ..., k -е. Их надо заполнить элементами. На каждое место можно разместить элемент одного из n видов. Два способа заполнения различны, если хотя бы на одном месте в них стоят разные элементы. Каждый способ заполнения дает нам *размещение с повторениями из n элементов по k* . Число всех таких размещений равно n^k .

2. В чемпионате Англии по футболу участвовало 20 команд. Перед началом чемпионата был объявлен конкурс знатоков, в котором требовалось предсказать распределение медалей. Сколько различных ответов можно дать на этот вопрос?

Решенная задача относится к классу задач о размещениях без повторений. Имеет k мест: 1-е, 2-е, ..., k -е. Их надо заполнить элементами. Имеется запас n различных элементов, и на каждое место можно поставить один из этих элементов, но теперь каждый элемент в единственном числе, поэтому элементы повторяться не могут. Два способа заполнения различны, если хотя бы на одном месте в них стоят разные элементы. Каждый способ заполнения дает нам *размещение без повторений из n элементов по k* . Число всех таких размещений равно $\frac{n!}{(n-k)!}$.

1. Кафедра функционального анализа состоит из 37 человек. Надо выбрать заведующего кафедрой, заместителя заведующего, ученого секретаря и заведующего лабораторией спектрального анализа. Сколько способами может быть сделан этот выбор, если каждый сотрудник кафедры может занимать только одну должность?

2. Месси ломает стереотипы в мире спортивной моды. У него есть 50 различных пар шиповок, из которых он хочет выбрать две разных (из разных пар): одну левую и одну правую. Сколько способами он может это сделать?

3. У отца есть яблоко, груша, банан, хурма, манго и 8 сыновей. Отец хочет раздать все фрукты детям, причем каждый ребенок получает или один фрукт, или ничего. а) Сколько способами это можно сделать? б) А если каждый из детей может получить любое количество фруктов из этих пяти?

4. Атос, Парлос, Арамис и Д'Артаньян собираются в Англию за подвесками королевы. У них есть 5 лошадей, 7 шпаг и 9 шляп. Сколько способами друзья смогут полностью экипироваться (каждый мушкетер должен быть с лошадью, шпагой и в шляпе)?

5. Из Грязи в Князи ведут 2 шоссе, соединенные десятью проселочными дорогами. Сколько способами можно попасть из Грязи в Князи так, чтобы дорога не пересекала сама себя?

6. У Милы есть 24 баночки с лаком для ногтей разных оттенков. Сколько способами Мила может покрасить ногти на руках (ногти можно красить разными лаками)? А если Мила хочет, чтобы один из ногтей обязательно был черным?

Домашнее задание.

1. Алёна оставила на кухонном столе коробочку эклеров. Эклеров четыре: ванильный, фисташковый, шоколадный и кофейный. Мимо кухни проходил Алёнин брат Миша. Сколько способами Миша может съесть несколько пирожных из Алёниной коробочки? (Могло не остаться ни одного).

2. Производитель молочной продукции дарит подарки за накопленные баллы. Чтобы накопить баллы, необходимо регистрировать коды. Каждый код состоит из двух, четырех или шести букв и следующих за ними пяти цифр. Найдите число таких кодов, если используются 23 латинские буквы.

3. Маленькие лебедята соскучились из раза в раз танцевать вчетвером и нашли себе подруг, поэтому теперь «Танец маленьких лебедей» танцуют 10 балерин. Сколько способами десять девушки, среди которых Галина и Майя, могут выстроиться в ряд для танца, если а) Галина должна стоять впереди Майи; б) Галина и Майя должны стоять рядом.

