

# Геометрические неравенства

7–8 класс

19.05.2017

## 1. Все должны знать.

Пусть  $ABC$  — треугольник. Тогда для его сторон справедливо неравенство

$$AB + BC > AC > |AB - BC|.$$

В треугольнике напротив большей стороны лежит больший угол.

## 2. Задача для разбора.

Докажите, что длина медианы меньше полусуммы прилегающих сторон.

1. В результате измерения четырёх сторон и одной из диагоналей некоторого четырехугольника получились числа: 1, 2, 2.8, 5, 7.5. Чему равна длина измеренной диагонали?
2. (а) Докажите, что сумма диагоналей выпуклого четырехугольника меньше периметра.  
(б) Докажите, что сумма диагоналей выпуклого четырехугольника больше полупериметра.
3. Внутри треугольника взяли две произвольные точки. Докажите, что расстояние между ними не превосходит наибольшей стороны треугольника.
4. Внутри треугольника взяли две произвольные точки. Докажите, что расстояние между ними не превосходит полупериметра треугольника.
5. (а) Точка  $M$  расположена внутри треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $BM + CM < AB + AC$ .  
(б) Докажите, что сумма расстояний от любой точки внутри треугольника до трех его вершин меньше периметра.
6. Четыре дома находятся в вершинах выпуклого четырехугольника. Где выкопать колодец, чтобы сумма расстояний от него до домов была минимальной?
7. (а) Коля и Вася живут по одну сторону от дороги. Вася хочет прийти к Коле в гости, купив по пути конфеты. Где нужно построить магазин, чтобы Вася прошел самое маленькое расстояние? (Магазин можно строить только у дороги).  
(б) Васин дом и школа находятся по разные стороны от большой дороги. Вася примерный мальчик и переходит дорогу только по пешеходному переходу (перпендикулярно дороге). В каком месте дороги нужно сделать пешеходный переход, чтобы Васин путь до школы был минимален?
8. Полуостров, на котором живет Коля, представляет из себя острый угол. Коля хочет побывать у двух берегов и вернуться домой таким образом, чтобы длина пути была наименьшей. Как ему это сделать? (Коля ходит по прямой)
9. На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отметили точку  $D$ , а на продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  — точку  $E$  таким образом, что  $AD = CE$ . Докажите, что  $BD + BE > BA + BC$ .
10. Точка  $D$  — середина основания  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$ . Точка  $E$  — основание перпендикуляра, опущенного из точки  $D$  на сторону  $BC$ . Отрезки  $AE$  и  $BD$  пересекаются в точке  $F$ . Установите, какой из отрезков  $BF$  или  $BE$  длиннее.
11. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$   $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$ . Докажите, что  $AC + BD \geq AB + BC + CD$ .