

Инвариант 2

7–8 класс

20.01.2017

1. Клетки доски 10×10 покрашены в белый цвет. За один ход разрешается перекрасить все клетки квадрата 6×6 в противоположный цвет. Можно ли за конечное число ходов получить шахматную раскраску доски?
2. Круг разделен на 6 секторов. Разрешается добавлять по одному камешку в любые два соседних сектора. Можно ли добиться, чтобы во всех секторах было поровну камешков, если в начале в двух секторах, расположенных через один, лежит по камешку?
3. На столе лежит куча из 2017 камней. Ход состоит в том, что из какой-либо кучи, содержащей более одного камня, выкидывают камень, а затем одну из куч делят на две. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучки, состоящие из трех камней?
4. В квадрате $n \times n$ верхний правый угол покрашен в белый цвет, а все остальные клетки в чёрный. Разрешается в столбце или строке перекрасить все клетки в противоположный цвет. Можно ли добиться того, что весь квадрат будет белый?
5. Камни лежат в трёх кучках: в одной – 51 камень, в другой – 49 камней, а в третьей – 5 камней. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку из чётного количества камней на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?
6. На доске были записаны числа 2, 5 и 8. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы треть, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых равно 2016. Найдите остальные числа.