

## Делимость 2

Группа 7–8

13.12.2016

1. Ковбой Билл зашёл в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов (1 доллар = 100 центов), и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда бармен пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать?
2. Целые числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $56a = 65b$ . Докажите, что  $a + b$  — составное число.
3. Существует ли четырехзначное число, имеющее ровно 3 различных натуральных делителя?
4. Даны натуральные числа  $a$  и  $b$ . Известно, что  $a^2 + b^2$  делится на  $ab$ . Докажите, что  $a = b$ .
5. Десять школьников стоят в очереди в буфет. Каждый хочет купить несколько булочек. Оказалось, что из любых двух стоящих рядом детей один хочет купить булочек вдвое больше, чем другой. Могло ли оказаться, что школьники суммарно хотят купить 100 булочек?
6. Можно ли расставить по кругу семь натуральных чисел так, чтобы любые два соседние числа имели общий делитель, больший 1, а любые два не соседних числа были взаимно просты?
7. Докажите, что для любого натурального  $n$  существует  $n$ -значное число, составленное из цифр 1 и 2, которое делится на  $2^n$ .
8. Из числа от 1 до 1000 выбрали 501 число. Докажите, что найдутся два выбранных числа, одно из которых делится на другое.