

Отражение ортоцентра

9 класс
30.01.2016

0. (Лемма об отражении ортоцентра)

- а) Докажите, что ортоцентр H треугольника ABC , отражённый относительно стороны BC , попадает на его описанную окружность.
 - б) Докажите, что ортоцентр H треугольника ABC , отражённый относительно середины стороны BC , попадает на его описанную окружность, причём в точку, диаметрально противоположную вершине A .
1. Докажите, что расстояние от центра описанной окружности треугольника ABC до стороны BC вдвое меньше длины отрезка AH , где H — ортоцентр треугольника.
 2. (НЕВЕРОЯТНО ПОЛЕЗНОЕ ВЕКТОРНОЕ РАВЕНСТВО) Пусть H и O — ортоцентр и центр описанной окружности треугольника ABC соответственно. Докажите, что $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
 3. Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного неравностороннего треугольника ABC пересекаются в точке H . Описанная окружность треугольника AB_1C_1 пересекает описанную окружность треугольника ABC вторично в точке K . Докажите, что прямая KH делит отрезок BC пополам.
 4. Дан треугольник ABC , O — центр его описанной окружности. Точки P и Q выбраны так, что $BOAP$ и $COPQ$ — параллелограммы. Докажите, что Q — ортоцентр исходного треугольника.
 5. Пусть H_A — проекция ортоцентра H на медиану AM треугольника ABC . Докажите, что точки B, C, H, H_A лежат на одной окружности.
 6. Из вписанного четырёхугольника вырезали четырёхугольник, образованный серединами его сторон. От картинки остались только четыре треугольника, про которые нужно доказать, что их ортоцентры являются вершинами параллелограмма.
 7. На описанной окружности треугольника ABC отмечена точка P . Докажите, что отражения точки P относительно сторон треугольника лежат на одной прямой, проходящей через ортоцентр ABC . При оформлении решения используйте ориентированные углы.
 8. В остроугольном неравностороннем треугольнике ABC высоты BB_1 и CC_1 пересекаются в точке H . Продолжение стороны BC (её середина обозначена за M) пересекает прямую B_1C_1 в точке N . Точки H и H' симметричны относительно BC . Докажите, что точки A, M, N, H' лежат на одной окружности.