Гомотетия-3

9 класс

19.12.2015

1. На основаниях BC и AD трапеции $ABCD$ вне неё построены равносторонние треугольники BCX и ADY. Докажите, что XY проходит через точку пересечения диагоналей трапеции.

2. Дан угол и точка внутри него. Циркулем и линейкой постройте окружность, касающуюся сторону угла и проходящую через данную точку.

3. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром I касается стороны BC в точке A_1, середина BC обозначена за M. Докажите, что прямая MI делит отрезок AA_1 пополам.

4. Четырёхугольник диагоналями разрезан на четыре треугольника. Докажите, что точки пересечения медиан этих треугольников служат вершинами параллелограмма.

5. Вписанная и вневписанная окружности ω и ω_A треугольника ABC касаются прямых BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 и A_2, B_2, C_2 соответственно. Пусть X и Y — проекции точек A_1 и A_2 на прямые B_1C_1 и B_2C_2 соответственно. Докажите, что $\angle BAY = \angle XAC$.

6. Докажите, что внутри выпуклого многоугольника можно разместить две его копии, уменьшенные в два раза, не имеющие общих внутренних точек.

7. В углы CAB, ABC, BCA треугольника ABC вписаны равные непересекающиеся окружности ω_A, ω_B, ω_C. Окружность ω касается их всех внешним образом. Докажите, что центр ω лежит на прямой, соединяющей центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC.

Гомотетия-3

9 класс

19.12.2015

1. На основаниях BC и AD трапеции $ABCD$ вне неё построены равносторонние треугольники BCX и ADY. Докажите, что XY проходит через точку пересечения диагоналей трапеции.

2. Дан угол и точка внутри него. Циркулем и линейкой постройте окружность, касающуюся сторону угла и проходящую через данную точку.

3. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром I касается стороны BC в точке A_1, середина BC обозначена за M. Докажите, что прямая MI делит отрезок AA_1 пополам.

4. Четырёхугольник диагоналями разрезан на четыре треугольника. Докажите, что точки пересечения медиан этих треугольников служат вершинами параллелограмма.

5. Вписанная и вневписанная окружности ω и ω_A треугольника ABC касаются прямых BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 и A_2, B_2, C_2 соответственно. Пусть X и Y — проекции точек A_1 и A_2 на прямые B_1C_1 и B_2C_2 соответственно. Докажите, что $\angle BAY = \angle XAC$.

6. Докажите, что внутри выпуклого многоугольника можно разместить две его копии, уменьшенные в два раза, не имеющие общих внутренних точек.

7. В углы CAB, ABC, BCA треугольника ABC вписаны равные непересекающиеся окружности ω_A, ω_B, ω_C. Окружность ω касается их всех внешним образом. Докажите, что центр ω лежит на прямой, соединяющей центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC.