

Гомотетия-2

9 класс

12.12.2015

В этом листике символами ω , ω_A , ω_B , ω_C обозначены вписанная и три внеписанных окружности треугольника ABC , а I , I_A , I_B , I_C — их центры.

1. Дан треугольник ABC .

- а) На ω_A отмечена точка X , диаметрально противоположная точке касания со стороной BC . Докажите, что AH проходит через точку касания ω со стороной BC .
- б) На ω_B отмечена точка X , диаметрально противоположная точке касания со стороной BC . Докажите, что AH проходит через точку касания ω_C с прямой BC .

2. Середины дуг BC , CA , AB описанной окружности треугольника ABC , не содержащих третьей вершины треугольника, соединили прямыми с точками касания ω с соответствующими сторонами. Докажите, что три проведённые прямые пересекаются в одной точке.

3. Через середину M стороны BC неравнобедренного треугольника ABC проведена касательная к ω , отличная от BC , точка касания обозначена за Y . Докажите, что AY проходит через точку касания ω_A с BC .

4. К двум непересекающимся окружностям S_A и S_B проведена общая касательная AB , причём $A \in S_A$, $B \in S_B$. Окружность, построенная на AB как на диаметре, повторно пересекает S_A в точке A' , S_B в точке B' . Докажите, прямые AB' и $A'B$ пересекаются на линии центров.

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 , а H — его ортоцентр. Точку H отразили относительно прямых B_1C_1 , C_1A_1 , A_1B_1 ; получили точки H_A , H_B , H_C соответственно. Докажите, что AH_A , BH_B , CH_C пересекаются в одной точке.

6. Дан треугольник ABC . Докажите, что прямые, соединяющие I_B , I_C с точками касания ω_C , ω_B соответственно с прямой BC , пересекаются в середине высоты, опущенной из вершины A .

7. Докажите, что прямые, соединяющие I_A , I_B , I_C с серединами соответствующих высот треугольника ABC , пересекаются в одной точке.