

Подобие и степень точки

9 класс

28.11.2015

1. На стороне BC треугольника ABC нашлась такая точка X , что $\angle AXC = \angle MXB$, где M — середина AB . Найдите отношение AH/XM .
2. Прямые AP , AQ симметричны относительно биссектрисы угла BAC . Докажите, что проекции точек B и C на эти прямые лежат на одной окружности.
3. На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно, а I — центр вписанной окружности. Известно, что $BI^2 = BC_1 \cdot BC$, $CI^2 = CB_1 \cdot CB$. Докажите, что отрезок B_1C_1 проходит сквозь I .
4. На стороне CD квадрата $ABCD$ отмечена точка A_1 . На отрезке A_1D как на стороне вовне построен квадрат $A_1B_1C_1D$. Прямые AC и A_1C_1 пересекаются в точке X , про которую нужно доказать, что она лежит на прямой BB_1 .
5. На прямых, содержащих высоты BB_1 , CC_1 остроугольного треугольника ABC , отметили точки, из которых соответствующие стороны (т.е. AC и AB соответственно) видны под прямым углом. Докажите, что четыре отмеченные точки лежат на одной окружности.
6. В треугольнике ABC про углы известно, что $3\alpha + 2\beta = 180^\circ$. Докажите, что $a^2 + bc = c^2$.
(Традиционно в треугольнике ABC углы при вершинах A , B , C обозначаются α , β , γ соответственно, а длины сторон BC , CA , AB — буквами a , b , c , тоже соответственно)
7. Две неравные окружности с центрами M и N пересекаются в точках P и Q . Касательная к первой окружности, восстановленная в точке P , пересекает касательную в точке Q ко второй окружности в точке X . Докажите, что углы PXQ и MXN имеют общую биссектрису.
8. В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в точке H , а O — центр его описанной окружности. Докажите, что точка, симметричная точке A относительно прямой B_1C_1 , лежит на описанной окружности треугольника $ОНА_1$.
9. Хорда XU описанной окружности треугольника ABC пересекает стороны AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно. На стороне BC отмечены точки P и Q , так что $PC_1 \parallel AC$, $QB_1 \parallel AB$. Докажите, что точки X , Y , P , Q лежат на одной окружности.